



**MATRIX** | STRUCTURES

## Poutrelles



**MATRIX**

CP1673

[www.matrixtsl.com](http://www.matrixtsl.com)

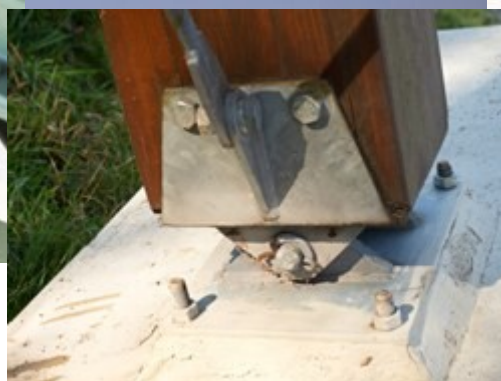
Copyright 2024 Matrix Technology Solutions Limited

# Contenu

Vérifiez le chargement !	3
Introduction	4
Feuille de travail - Poutrelle parfaite	7
A - Charge appliquée à l'articulation <b>E</b>	9
B - Charge appliquée à l'articulation <b>D</b>	10
C - Charges multiples	11
Résumé jusqu'à présent	12
Feuille de travail - Poutrelle redondante	13
D - Charge appliquée à l'articulation <b>E</b>	14
E - Charge appliquée à l'articulation <b>D</b>	15
F - Charges multiples	15
Section de référence	16
Notation de l'arc	17
Calcul des forces	18
1. Méthode des joints	19
2. Méthode des sections	22
3. Méthode de travail virtuel	24
Fiche de l'élève	26

# Vérifiez le chargement de !

L'ingénieur qui conçoit une structure doit analyser la charge de chaque élément de structure, sur toute la gamme des charges prévues.



Certains membres seront en compression tandis que d'autres seront en tension. Certains sont des éléments à force nulle sans force interne, utilisés pour accroître la stabilité et la rigidité de la structure.

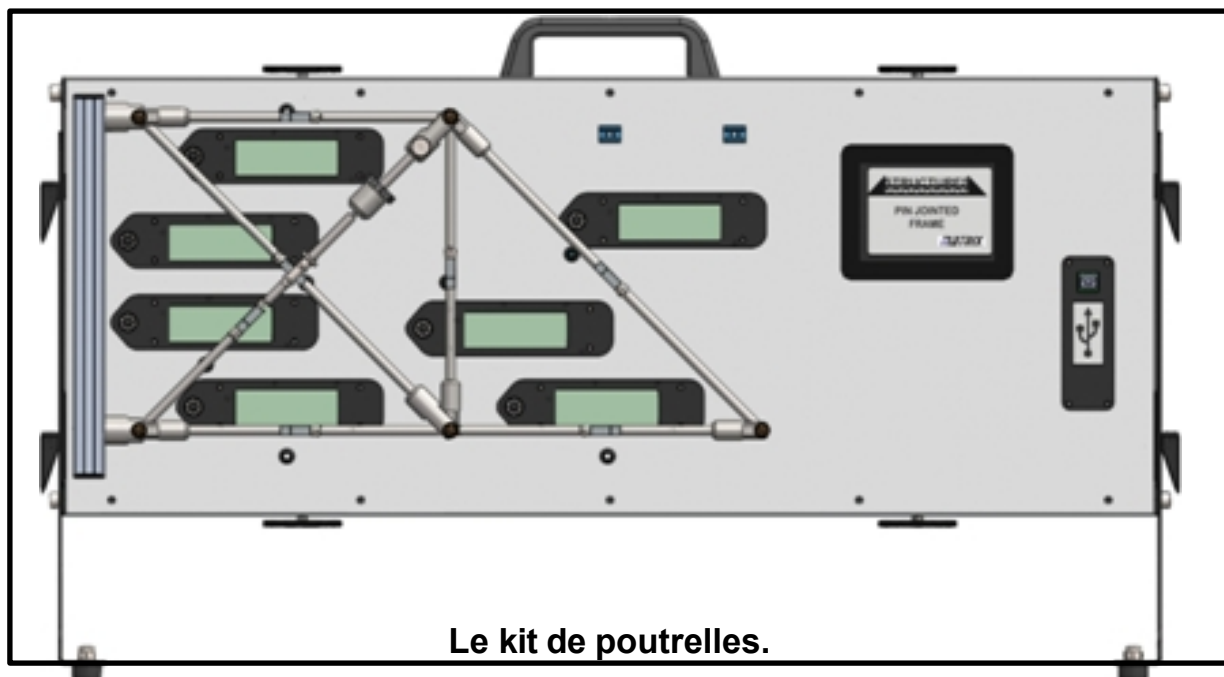
Les matériaux ont des propriétés différentes. Certains sont plus performants en compression, d'autres en tension. Cette analyse permet sélectionner les matériaux appropriés et de déterminer les dimensions adéquates.

Les expériences de ce module permettent comparer les valeurs calculées des forces dans poutres et les colonnes avec les valeurs mesurées. L'objectif est de valider les techniques utilisées dans les calculs.

# Introduction

Dans ce module, les étudiants étudient la répartition des charges dans les fermes parfaites et redondantes, composées d'éléments reliés par des goupilles.

Ils vérifient les valeurs mesurées par rapport aux forces calculées à partir de la théorie, afin de confirmer validité de cette dernière.



L'armature est fixée à son extrémité gauche à une poutre, simulant un mur de réaction.

Chacun des éléments en acier inoxydable est équipé, en son point médian, d'une cellule de charge reliée à un écran LCD, qui mesure la force de tension/compression à l'intérieur de chaque élément. Une lecture positive de l'écran LCD indique une compression dans l'élément et une lecture négative une tension.

Il y a deux positions de suspension, ce qui permet aux élèves d'explorer les effets de la redondance dans les cadres. Une poulie magnétique permet également aux élèves d'appliquer des charges angulaires.

Le kit comprend un élément redondant amovible, permettant aux étudiants de passer d'un type de poutre à l'autre. Cette pièce comporte un mécanisme de torsion qui permet d'en ajuster la longueur.

L'appareil est conçu pour fonctionner avec une alimentation de 5 V. Cela signifie qu'un câble USB branché sur un ordinateur ou une prise suffit. Cela signifie qu'un câble USB branché sur un ordinateur ou une prise de courant suffit. Le logiciel d'acquisition de données ne fonctionne que par l'intermédiaire de l'ordinateur. Il est donc recommandé de brancher le câble USB sur l'ordinateur qui exécute le logiciel. Toutefois, si vous souhaitez réaliser l'expérience sans le logiciel, devrez vous procurer une prise USB correspondant au style de prise local.



# Introduction...

## Poutrelles

### Joint à broche :

Une articulation à broche peut résister à des forces verticales et horizontales, mais pas à un moment. Elle n'a qu'un seul degré de liberté, permettant la rotation autour d'un seul axe mais pas de mouvement de translation.

### Types de fermes :

Une poutrelle peut être classée dans l'une ou l'autre catégorie :

- une poutrelle parfaite ;
- une poutrelle imparfaite ;
- ou une poutrelle redondante.

en fonction du nombre d'éléments,  $m$ , par rapport au nombre d'articulations,  $j$ .

### Poutrelle parfaite : remplit la condition : $m = 2j - 3$

Chaque élément est essentiel pour la stabilité et la capacité de charge de la structure. Cela permet de répartir efficacement les charges sur l'ensemble de la poutrelle et de maximiser son rapport poids/résistance.

### Poutrelle imparfaite : remplit la condition : $m < 2j - 3$

Le nombre d'éléments de la structure est inférieur à celui requis pour la stabilité. Une ferme imparfaite s'effondre sous l'effet d'une charge.

### Poutrelle redondante : remplit la condition : $m > 2j - 3$

Une ferme redondante a plus de membres que nécessaire pour être une ferme parfaite. Les fermes redondantes ne s'effondrent pas lorsqu'elles sont chargées.

Les éléments redondants de la poutrelle permettent à la structure de répartir les charges de différentes manières, produisant ainsi un certain nombre de chemins de charge. Cela permet de disposer d'une marge de sécurité en cas de modification des conditions de charge ou de défaillance de certains éléments.

Une fois l'élément redondant désengagé, les élèves apprennent à analyser les forces dans les autres éléments de la ferme en utilisant la "méthode des joints" et la "méthode des sections" ainsi que la notation de Bow.

Avec l'engagement du membre licencié, ils apprennent à analyser les forces à l'aide de "méthode de travail virtuelle".

# Introduction...

## Poutrelles

### Parfait ou redondant :

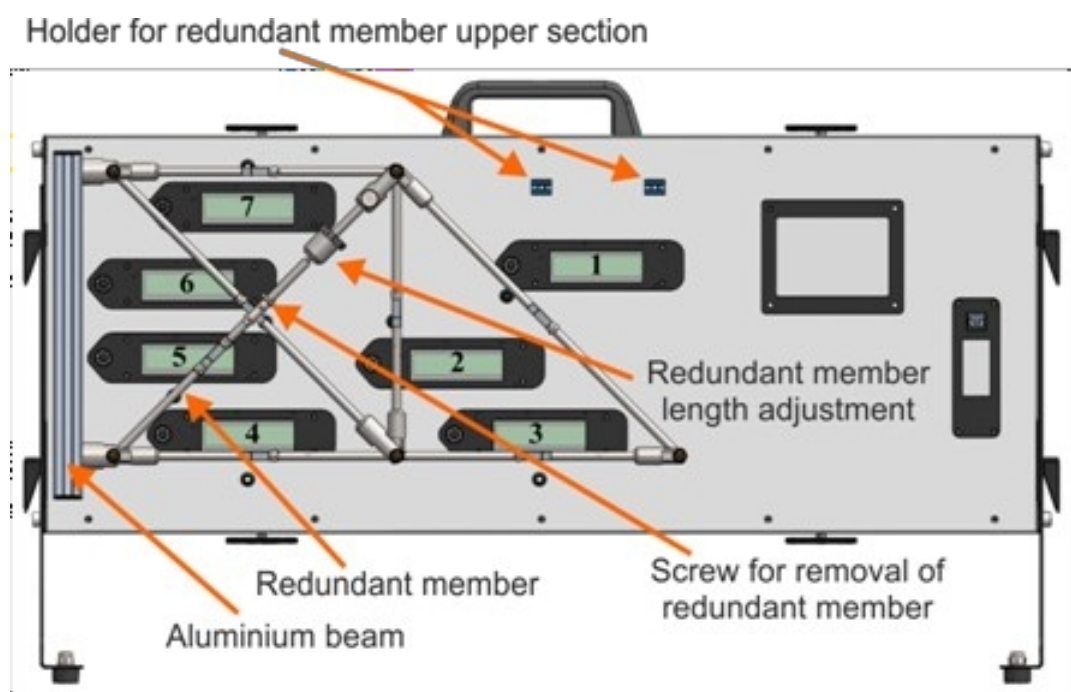
Avec les sept membres en , l'armature agit comme un treillis redondant. Il y a huit membres, y compris le mur de réaction, et cinq articulations, de sorte que

$$m > 2j - 3$$

Une fois l'élément redondant supprimé, l'ossature se comporte comme une poutrelle parfaite, avec seulement sept éléments, y compris le mur de réaction, et cinq articulations, de sorte que

$$m = 2j - 3$$

### Pour le convertir en un treillis parfait (c'est-à-dire en un cadre articulé) :

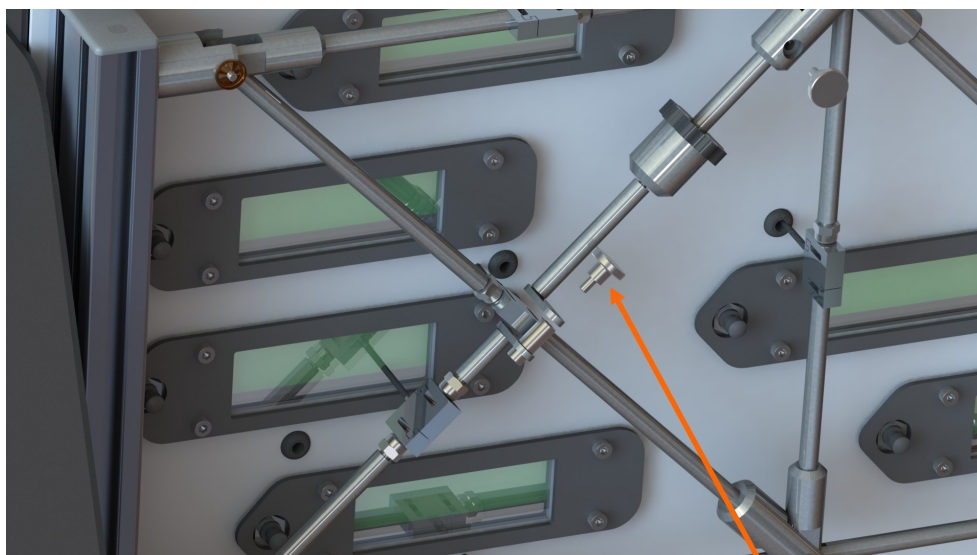


- Desserrez et retirez les vis à oreilles qui maintiennent l'élément redondant en place.
- Clipsez les parties supérieures de l'élément redondant dans le support prévu à cet effet.
- Tourner la partie inférieure de manière à ce qu'elle s'appuie sur la poutre en aluminium à l'extrémité gauche.

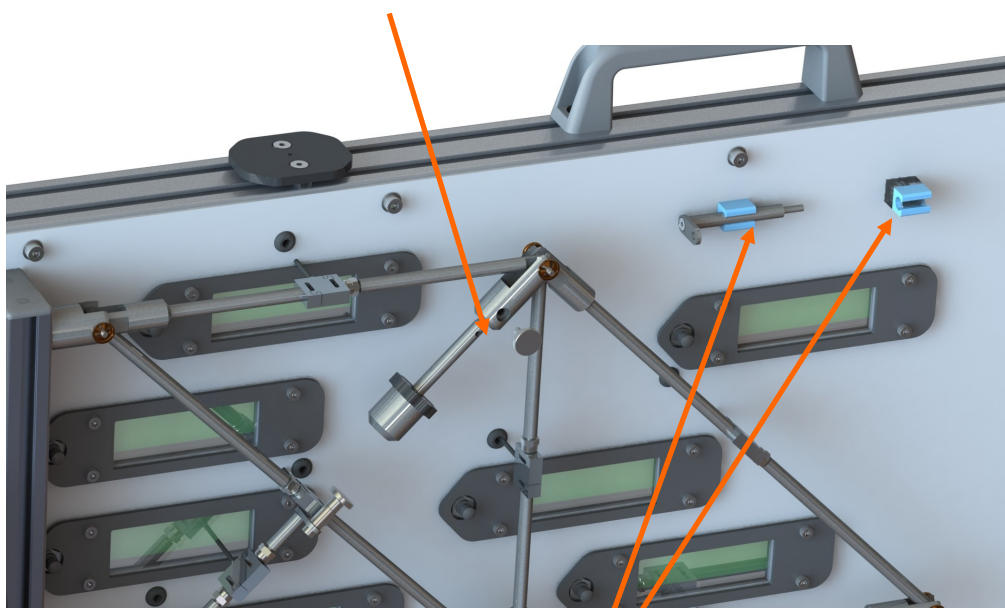
# Introduction...

## Poutrelles

- Desserrer la vis à oreilles servant à régler la longueur de l'élément redondant.



- Dévisser la partie supérieure de l'élément redondant de la poutrelle du pivot.

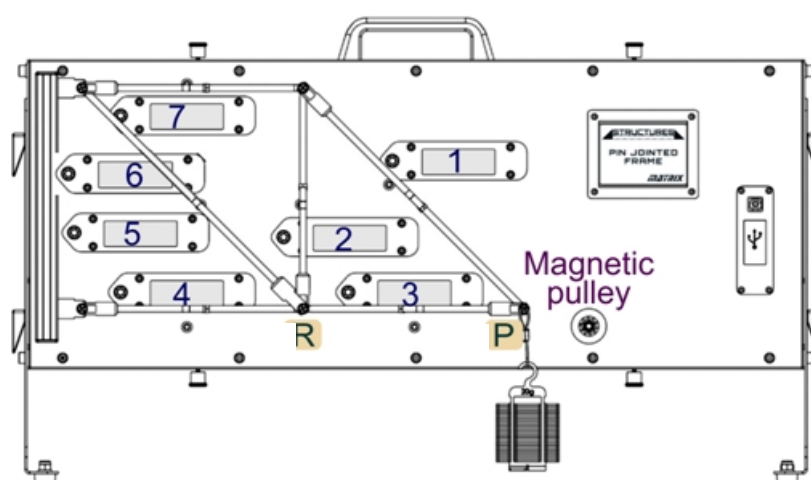


- Clipser les éléments détachés dans les clips bleus

# Un treillis parfait

## Dans chaque enquête :

- Assurez-vous que l'appareil est de niveau.
- Déconnectez le membre redondant.
- Le diagramme indique des numéros pour chacun des écrans LCD afin de vous permettre d'enregistrer leurs valeurs dans le document de l'élève.



- Avant de commencer, appuyez sur les boutons de l'écran LCD pour mettre à zéro les cellules de charge. (Cette opération permet de soustraire le poids du cadre des relevés ultérieurs).

Les écrans deviennent verts lorsque c'est le cas.

Les relevés peuvent être effectués manuellement ou par transfert de données via le port USB, directement vers un tableur.

Les affichages indiquent les charges en grammes.

Pour obtenir la charge sous forme de force, en newtons :

- diviser la valeur relevée par 1000 pour la convertir en kilogrammes ;
- multipliez le résultat par 9,81, l'intensité du champ

gravitationnel. La charge est maintenant exprimée sous la forme d'une force.



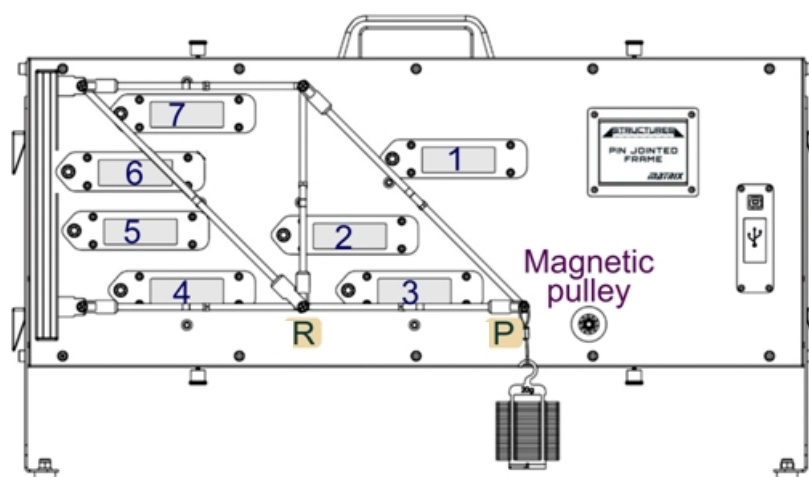
# Un treillis parfait

## Poutrelles

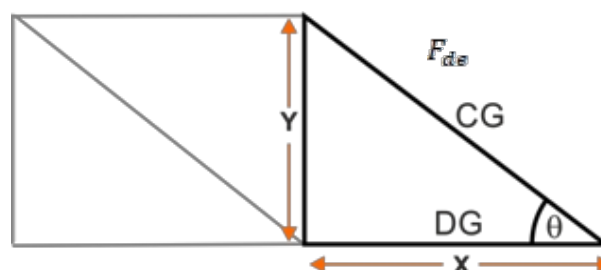
### Enquête A - Charge appliquée à l'articulation E

#### À vous de jouer :

- Suspendez un total de 100 g à l'articulation **E** du cadre, à l'aide d'une boucle ficelle. Le cintre vide a une masse de 20g.



- Effectuer chaque relevé du capteur de charge.  
Convertissez-la en force à l'intérieur de ce membre, comme décrit précédemment.
- Inscrivez-le dans le tableau de la fiche de l'élève.  
Le tableau utilise la notation de Bow (voir la section "Référence") pour identifier les éléments du cadre et la cellule de charge correspondante.
- Augmentez la charge en ajoutant une masse de 40 g à la suspension de masse et enregistrez les nouveaux relevés de force.
- Continuer ainsi jusqu'à ce que le cintre porte un total de 300 g.
- Ensuite, mesurez :
  - angle  $\theta$  entre les éléments du cadre au niveau de l'articulation **E**, il devrait être de 45deg
  - les longueurs **X** et **Y** des membres **CE** et **DE**.
- Notez-les dans la fiche de l'élève.



#### Et alors ?

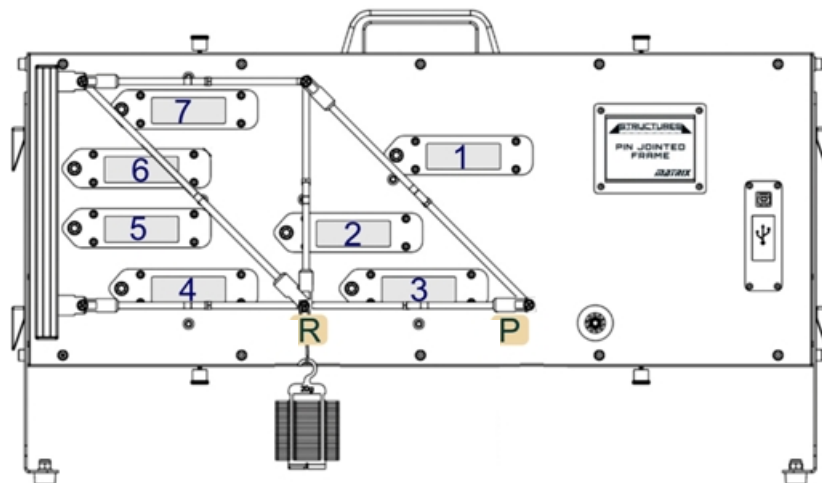
- Calculer la valeur théorique des forces dans chaque élément, en utilisant l'une des méthodes décrites dans la section Référence.
- Inscrivez vos résultats dans le deuxième tableau de la fiche de l'élève.

# Un treillis parfait

## Enquête B - Charge appliquée à l'articulation D

### À vous de jouer :

- Déplacer la suspenste de masse de l'articulation E à l'articulation D du cadre.



- Avec le cintre de masse avec une charge totale de 100g, prenez chaque lecture de cellule de charge et convertissez-la dans la force équivalente.
- Inscrivez-le dans le premier tableau de la fiche de l'élève.
- Comme précédemment, augmentez la charge par paliers de 40g jusqu'à ce que la masse totale de la charge soit de 300g.
- Enregistrez à chaque fois les relevés du capteur de charge en fonction des forces dans le document de l'élève.

### Défi :

- Utilisez la méthode d'analyse des articulations pour obtenir les équations des forces dans les six membres du cadre avec la charge à l'articulation D.
- Donnez votre analyse dans l'espace prévu à cet effet dans le document de l'élève.
- Calculez donc les forces dans chaque élément.  
(Indice : vous constaterez qu'il y a des membres à force zéro).
- Inscrivez vos résultats dans le deuxième tableau de la fiche de l'élève.

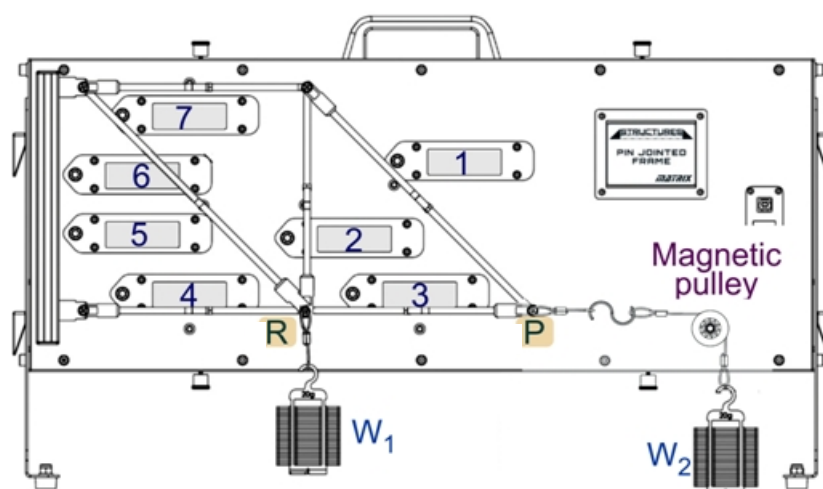
# Un treillis parfait

## Poutrelles

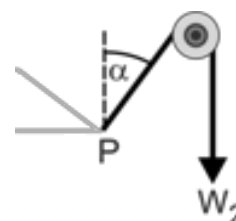
### Enquête C - Charges multiples

À vous de jouer :

- Cette , un crochet de masse est toujours fixé à l'articulation **D** et un second est fixé à l'articulation **E** en utilisant la poulie magnétique pour appliquer la charge à un angle  $\alpha$ , comme indiqué dans le diagramme.



- Chargez les suspensions de masse et déplacez la poulie magnétique jusqu'à l'emplacement de la première série de valeurs pour les charges  $W_1$  et  $W_2$ , et l'angle  $\alpha$  indiqué dans le tableau de la fiche de l'élève.



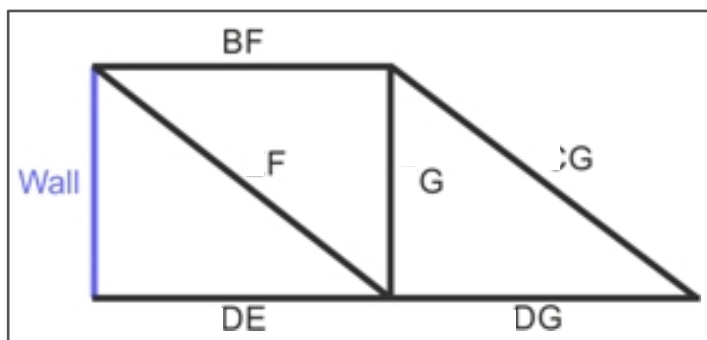
- Noter dans le tableau les relevés des cellules de charge qui en résultent.
- Répétez l'opération pour les autres valeurs indiquées dans le tableau.
- À chaque , inscrivez les résultats dans le tableau du document de l'élève.

### Défi :

- En utilisant l'une des méthodes décrites dans la section Référence et les diagrammes de corps libre, obtenez les équations des forces dans les six éléments du cadre lorsqu'il est chargé de cette manière.
- Notez vos diagrammes et votre analyse dans l'espace prévu à cet effet dans le document de l'élève.
- Calculez donc les forces dans chaque élément.
- Inscrivez vos résultats dans le deuxième tableau de la fiche de l'élève.

# Un treillis parfait

Résumé de la situation jusqu'à présent :



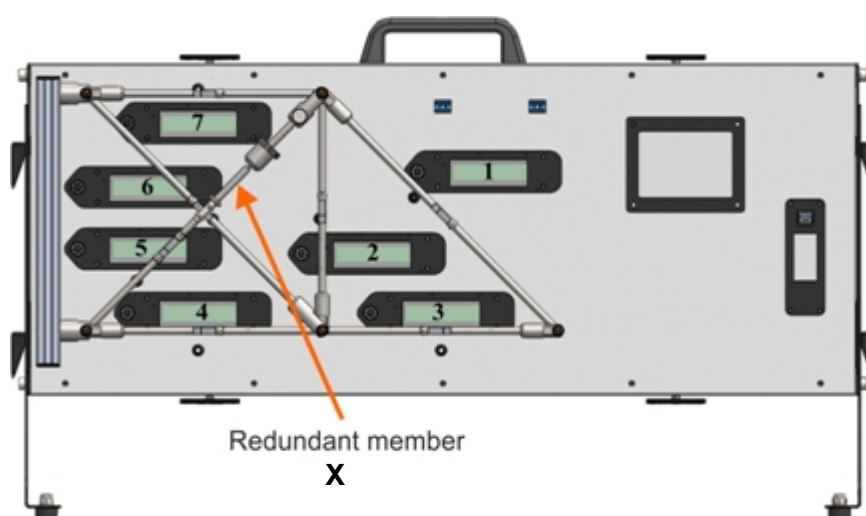
- Les structures triangulées de ce type sont souvent utilisées dans les structures telles que les ponts et les supports de toit. Leur analyse et leur conception peuvent être grandement simplifiées en traitant les joints comme des joints à broches.
- La position et la taille des forces externes, telles que les charges et les forces de réaction, déterminent le schéma de chargement d'une structure. Une analyse telle que celle présentée précédemment peut être utilisée pour optimiser les conceptions et identifier les éléments structurels à force nulle.
- L'optimisation topologique est la technique mathématique utilisée pour affiner la conception d'une structure dans des conditions limites spécifiées. Par exemple, elle peut être utilisée pour réduire le nombre d'éléments de poutre dans la ferme, en fonction des conditions de charge.
- Le schéma de chargement peut avoir un effet important sur la force à l'intérieur d'un élément structurel. L'angle sous lequel une charge est appliquée peut déterminer si un élément est en tension ou en compression, ce qui peut alors influencer le choix du matériau pour cet élément.

Par exemple, le bois est 30 % plus résistant en compression qu'en tension.

# Poutrelle redondante

Dans chaque enquête :

- Assurez-vous que l'appareil est de niveau.
- Reconnectez le membre redondant, étiqueté X.



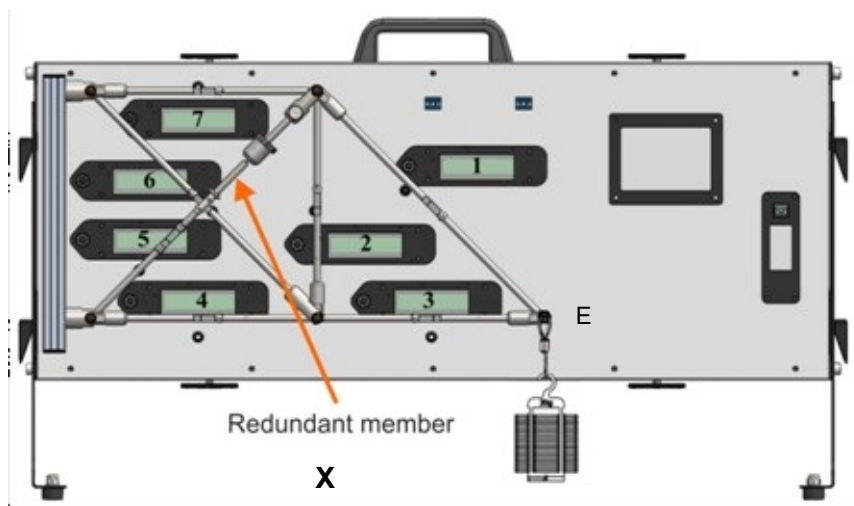
Pour rappel, les affichages indiquent les charges en grammes. Pour obtenir la charge en tant que force, en newtons :

- diviser la valeur relevée par 1000 pour la convertir en kilogrammes ;
- multipliez le résultat par 9,81, l'intensité du champ gravitationnel.



# Poutrelle redondante

## Enquête D - Charge appliquée à l'articulation E



### À vous de jouer :

- Mettre à zéro tous les capteurs de charge.
- Suspendez une charge de 100 g à l'articulation **E** du cadre.
- Regardez l'écran LCD 7, tournez la molette noire sur l'élément redondant, jusqu'à ce que l'affichage corresponde au résultat précédent pour une poutrelle parfaite.
- Prenez le relevé de chaque cellule de charge et convertissez-le en force à l'intérieur de l'élément.
- Notez-le dans la fiche de l'élève.
- Augmentez la charge en ajoutant une masse de 40 g à la suspension de la masse.
- Notez les nouvelles valeurs de force dans la fiche de l'élève.
- Continuer ainsi jusqu'à ce que le cintre porte un total de 300 g.

### Et alors ?

Comparez ces résultats avec ceux de la ferme parfaite (enquête A). Commentez cette comparaison dans la fiche de l'élève.

Commentez les forces qui s'exercent sur l'élément redondant lorsque le mécanisme est tordu de manière à allonger l'élément et lorsque le mécanisme est tordu de manière à raccourcir l'élément.

### Défi :

- Calculer la valeur théorique des forces dans chaque élément.
- Inscrivez vos résultats dans le deuxième tableau de la fiche de l'élève.

# Poutrelle redondante

## Enquêtes E et F

Répéter cette procédure :

- pour une charge suspendue au point **D** ;
- pour une configuration à charges multiples avec une charge en **D** et une seconde charge appliquée à un angle par rapport à **E**.
- Notez vos résultats dans la fiche de l'élève.

### Et alors ?

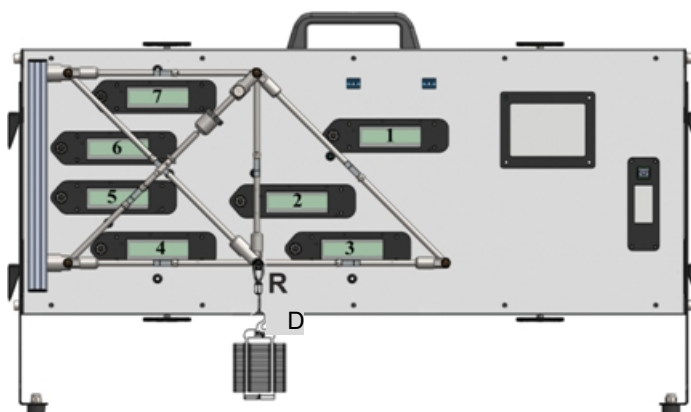
Comparez ces résultats avec ceux de la configuration équivalente avec la ferme parfaite. Commentez cette comparaison dans le document de l'élève.

### Défi :

- Pour chaque configuration, calculez la valeur théorique de la force dans chaque membre.
- Notez les résultats dans la fiche de l'élève.

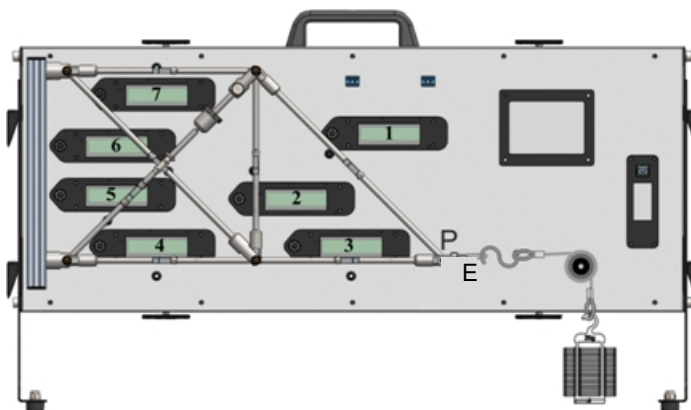
### Enquête E -

Charge appliquée à l'articulation **D** :



### Enquête F -

Charges multiples, en utilisant les valeurs pour les charges  $W_1$  et  $W_2$ , et l'angle  $\alpha$  dans le tableau de la fiche de l'élève.



# Référence section

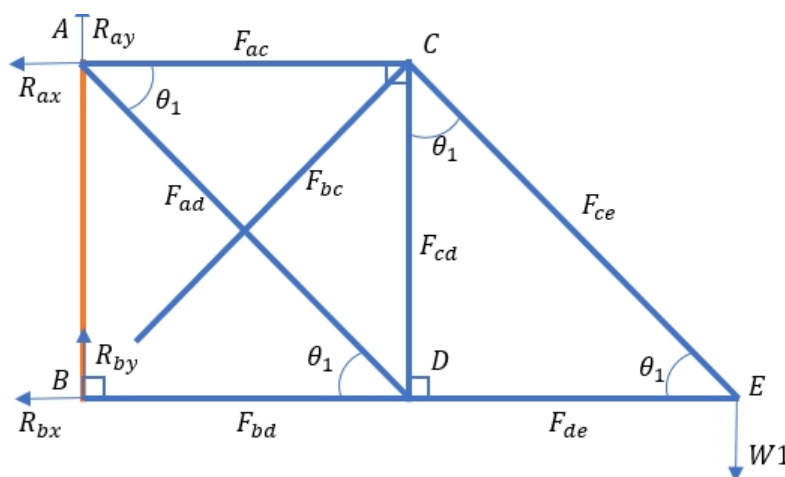
# Notation de l'archet

La notation de Bow, une convention d'étiquetage, est utilisée pour étiqueter les diagrammes des corps libres. Les espaces autour des membres sont étiquetés de **A** à **E**. Les membres et les forces qui s'y exercent ont des étiquettes qui indiquent les espaces qu'ils séparent.

Le premier schéma applique cette convention à l'étiquetage d'un cadre de six membres.

En outre, il montre les forces extérieures :

- charge ajoutée **W** ;
- les forces de réaction **R<sub>a</sub>** et **R<sub>b</sub>** générées au niveau du mur de réaction. Elles sont représentées en composantes horizontale et verticale, par exemple **R<sub>ax</sub>** et **R<sub>by</sub>**.



Member	Length (mm)
$F_{ac} = \text{load cell 7}$	200
$F_{bc} = \text{load cell 6}$	$200 \cdot \sin(45)$
$F_{ad} = \text{load cell 5}$	$200 \cdot \sin(45)$
$F_{bd} = \text{load cell 4}$	200
$F_{de} = \text{load cell 3}$	200
$F_{cd} = \text{load cell 2}$	200
$F_{ce} = \text{load cell 1}$	$200 \cdot \sin(45)$

# Calcul des forces

## Poutrelles

### Calcul des forces

Deux approches pour trouver les valeurs théoriques des forces dans les éléments, la méthode des sections et la méthode des articulations, reposent sur la même physique de base :

Dans un corps en équilibre :

1. la force horizontale totale est nulle ;
2. la force verticale totale est nulle ;
3. la somme des moments des forces autour d'un point quelconque est nulle.

### Méthode des joints :

Il s'agit d'examiner les forces agissant sur une articulation particulière.

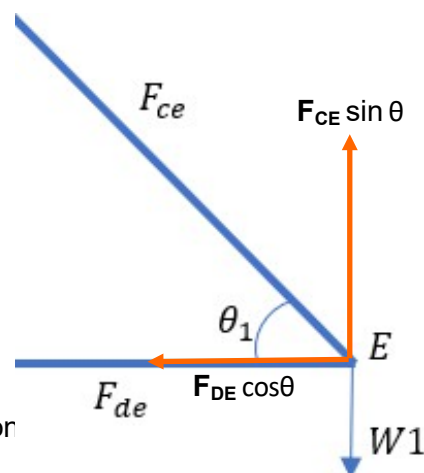
Par exemple, concentrez-vous tout d'abord sur les forces agissant sur l'articulation étiquetée **E**.

Le deuxième diagramme suppose :

- la force  $F_{CE}$  est une force de tension ;
- la force  $F_{DE}$  comprime l'articulation P.

Ces hypothèses ne sont pas significatives car les mathématiques permettent d'identifier les véritables directions en ajoutant un signe "+" ou "-".

Le diagramme montre la force  $F_{CE}$  transformée en force horizontale et .



### L'analyse

1. **Somme des forces verticales= 0 :**

$$F_{CE} \sin \theta - W = 0$$

$$F_{CE} = W / \sin \theta$$

2. **Somme des forces horizontales= 0 :**

$$F_{DE} - F_{CE} \cos \theta = 0$$

$$\text{donc } F_{DE} = F_{CE} \cos \theta$$

3. **La somme des moments des forces est nulle :**

Aucune équation utile ne sera obtenue en prenant les moments autour du point **E** car  $F_{CE}$  et  $F_{DE}$ , passent par ce point et n'exercent donc aucun moment autour de lui.

Connaissant la charge **W** et l'angle  $\theta$ , les deux forces  $F_{CE}$  et  $F_{DE}$  peuvent être déterminées.

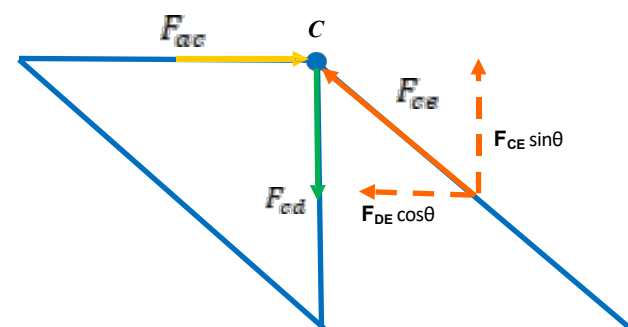


# Calcul des forces :

## 1. Méthode de joints

### Joint C :

Examinez ensuite les forces agissant sur l'articulation **C**.



La force  $F_{CE}$  est à nouveau décomposée en composantes horizontale et verticale.

### L'analyse

1. Somme des forces verticales = 0 :

$$F_{CE} \sin \theta - F_{CD} = 0$$

$$F_{CD} = F_{CE} \sin \theta$$

2. Somme des forces horizontales = 0 :

$$F_{AC} - F_{DE} \cos \theta = 0$$

$$F_{AC} = F_{DE} \cos \theta$$

3. La somme des moments des forces est nulle :

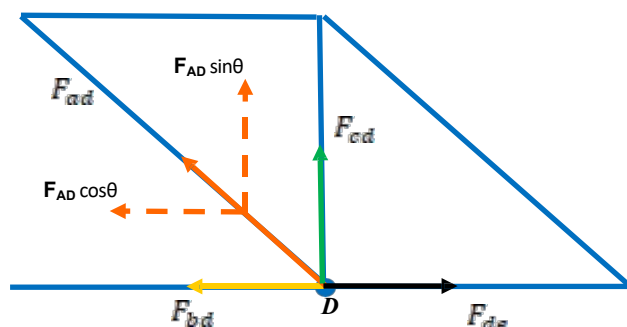
Une fois de plus, comme les trois forces passent par le point **C**, aucune équation utile ne résulte de la prise des moments autour du point **C**.

Connaissant la force  $F_{CE}$  et l'angle  $\theta$ , les deux forces  $F_{CD}$  et  $F_{AC}$  peuvent être trouvées.

# Calcul des forces :

## 1. Méthode des joints...

Joint D :



Cette fois, la force  $F_{AD}$  est décomposée en composantes horizontale et verticale.

L'analyse

1. Somme des forces verticales = 0 :

$$F_{AD} \sin \theta - F_{CD} = 0$$

$$F_{AD} = F_{CD} / \sin \theta$$

2. Somme des forces horizontales = 0 :

$$F_{DE} - F_{AD} \cos \theta - F_{BD} = 0$$

$$F_{BD} = F_{DE} - F_{AD} \cos \theta$$

3. La somme des moments des forces est nulle :

Là encore, toutes les forces passent par le point **D** et aucune équation utile ne résulte de la prise en compte des moments autour du point **D**.

Connaissant les forces  $F_{CD}$  et  $F_{DE}$  et l'angle  $\theta$ , on peut trouver les deux forces  $F_{EF}$  et  $F_{(DE)}$ .

Résumé

En analysant les situations aux articulations **E**, **C** et **D**, les six forces ont été calculées.

Remarquez qu'à chaque articulation, l'analyse ne donne que deux équations, car il était inutile de prendre les moments. Néanmoins, l'analyse de chaque articulation a fonctionné parce qu'il n'y avait que deux forces inconnues impliquées à chaque fois.

**Cette méthode n'est pas appropriée lorsque plus de deux forces inconnues agissent sur l'articulation.**

# Calcul des forces :

## 2. Méthode de sections

### Méthode des sections :

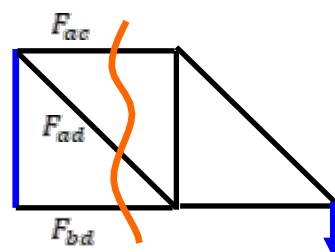
Cette approche examine les forces agissant sur une section particulière de la structure.

Une coupure dans la structure crée cette section. Comme l'ensemble de la structure, la section est en équilibre, et il en va de même pour cette section :

- la somme des forces verticales est nulle ;
- la somme des forces horizontales est nulle
- et la somme des moments des forces autour de tout point est nulle.

Cette fois, chacun de ces aspects générera une équation utile, ce qui signifie que nous pouvons faire face à **trois** forces inconnues au sein de la section que nous choisissons.

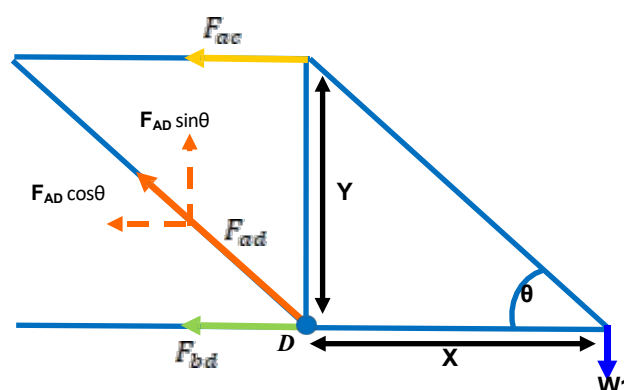
Par exemple, regardez la section créée en coupant à travers les éléments **AC**, **AD** et **BD**, comme indiqué ci-contre. Cela nous permettra de déterminer les forces  $F_{AC}$ ,  $F_{AD}$  et  $F_{BD}$ .



Étape 1 - Dessiner le diagramme de corps libre de la section :

Toutes les forces ont été mises en tension. Là encore, les mathématiques permettront de déterminer si c'est vrai ou non.

La force  $F_{AD}$  est décomposée en sa partie horizontale et .



Étape 2 - appliquer les critères d'équilibre :

En examinant forces verticales :  $F_{AD} \sin \theta - W = 0$

et donc  $F_{AD} = W / \sin \theta$

Prise de moments autour de l'articulation **D** :  $(F_{AC} \cdot Y) - (W \cdot X) = 0$  et donc

$$F_{AC} = W \cdot X / Y$$

Si l'on considère les forces horizontales :  $-F_{BD} - F_{AC} - F_{AD} \cos \theta = 0$  et donc

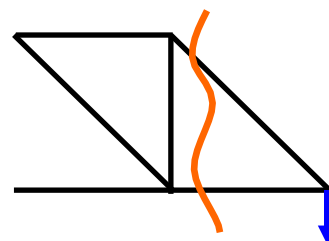
$$F_{BD} = -F_{AC} - F_{AD} \cos \theta$$

La connaissance de  $W$ ,  $\theta$  et des longueurs  $X$  et  $Y$  permet de calculer les trois forces.

## Calcul des forces : 2. Méthode des sections...

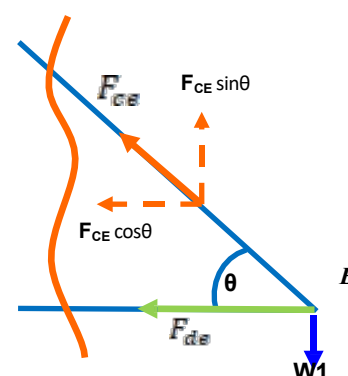
Examinez ensuite la section créée par la coupe des membres CG et DG.

Cela nous permet de déterminer les forces  $F_{CG}$  et  $F_{DG}$ .



Étape 1 - Dessiner le diagramme de corps libre de la section :

La force  $F_{CG}$  est décomposée en ses composantes horizontale et verticale.  
*des composants.*



Étape 2 - appliquer les critères d'équilibre :

Si l'on considère les forces verticales :  $F_{CE} \sin \theta - W = 0$  et

donc

$$F_{CE} = W / \sin \theta$$

En regardant forces horizontales :

$$F_{DE} - F_{CE} \cos \theta = 0$$

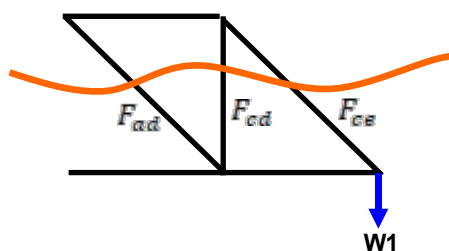
et donc

$$F_{DE} = F_{CE} \cos \theta$$

Une troisième équation n'est pas nécessaire puisqu'il n'y a que deux forces inconnues.

Connaissant  $W$  et  $\theta$ , ces forces peuvent être déterminées.

Il ne reste donc qu'une seule force inconnue,  $F_{CD}$ . Celle-ci peut être obtenue en utilisant la méthode articulations, en regardant l'articulation **C** ou **D**, ou en appliquant une autre coupe comme indiqué ci-dessous :



Bien que cela montre qu'il y a trois forces en jeu, deux d'entre elles,  $F_{AD}$  et  $F_{(CE)}$ , sont déjà connues.

La force restante,  $F_{CD}$ , peut être déterminée en examinant les forces verticales.

### Résumé

La méthode des sections génère un maximum de **trois** équations et ne peut donc pas être utilisée pour une coupe impliquant plus de **trois** forces inconnues.

## Calcul des forces :

### 3. Méthode travail virtuelle

## Poutrelles

Le principe du travail virtuel stipule que si un corps est en équilibre, la somme algébrique du travail virtuel effectué par toutes les forces agissant sur lui est nulle pour tout déplacement virtuel.

(Un déplacement virtuel est déplacement possible d'un système de particules qui est possible - mais n'existe pas en réalité).

Le point de départ - l'énergie ne peut être ni créée ni détruite, mais seulement transformée d'une forme à une autre. Chaque fois que cela se produit, un travail est effectué. Par exemple, pour pousser un bloc de bois sur le sol, vous devez appliquer une force pour surmonter le frottement. Ce faisant, vous effectuez un travail et perdez de l'énergie chimique, qui est convertie en chaleur et en énergie sonore.

Parfois, il n'est pas évident qu'un travail soit effectué. Lorsque vous placez (et non laissez tomber) un bloc sur le sol, une force de réaction maintient le bloc en équilibre. Bien que cela ne soit pas visible, au niveau atomique, les particules du sol se sont légèrement déplacées et ont ainsi créé une force de réaction vers le haut qui équilibre le poids du bloc (nous l'espérons !). Le poids du bloc a effectué une petite quantité de travail (pratiquement nulle) en réarrangeant les particules du sol, ce qui a augmenté leur énergie potentielle, connue sous le nom d'énergie de déformation.

Considérons maintenant l'étirement d'une tige métallique. Le facteur déterminant est sa rigidité axiale, **K**, une mesure de sa résistance à l'étirement ou à la compression en réponse à une force appliquée.

Il est défini comme suit :

$$K = F / \delta$$

où **F** est la force appliquée et **δ** le déplacement résultant (extension ou compression).

La rigidité axiale dépend du module d'élasticité (module de Young, **E**) du matériau dont est fait le bâton.

La définition du module de Young est la suivante :

$$E = \frac{\text{contrainte de traction}}{\text{déformation de traction}} = \frac{F / A}{\delta / L}$$

où **A** est la surface de la section transversale de la tige et **L** sa longueur d'origine.

Réarranger ceci :

$$\delta = \frac{F \times L}{E \times A}$$



## Calcul des forces :

### 3. Méthode travail virtuel...

### Poutrelles

#### Exemple de calcul

Utilisation de méthode du travail virtuel pour calculer la déformation d'un élément.

Le tableau présente des données sur les longueurs des éléments et un ensemble de forces possibles.

Numéro de membre	Longueur <b>L</b> en m	Force <b>réelle</b> <b>F<sub>R</sub></b> en N	<b>Réel</b> Déformation <b>δ</b> en m	Force <b>virtuelle</b> <b>F<sub>V</sub></b> en N	Travail <b>W</b> en Nm
CE	0.283	+1.4			
CD	0.200	-0.95			
DE	0.200	-0.97			
BD	0.200	-1.97			
BC	0.283	-0.02			
AD	0.283	1.48			
AC	0.200	+0.93			

L'étape suivante consiste à calculer la déformation réelle,  $\delta$ , de chaque élément, à l'aide de la formule suivante :

$$\delta = (F_R \times L) / E \times A$$

et compléter la quatrième colonne avec les résultats.

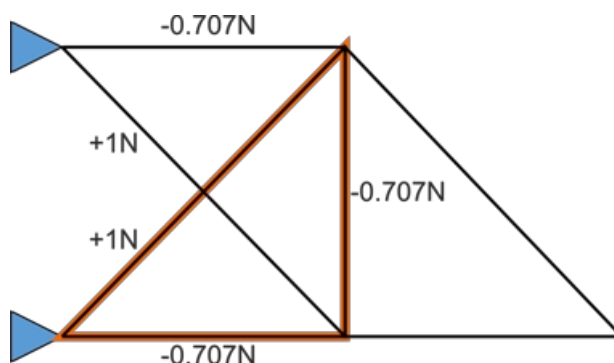
La section transversale **A** des éléments est de  $28,27 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ . Le module d'Young, **E**, de l'acier doux est de  $200 \times 10^9 \text{ Pa}$ .

Numéro de membre	Longueur <b>L</b> en m	Force <b>réelle</b> <b>F<sub>R</sub></b> en N	<b>Réel</b> Déformation <b>δ</b> en m	Force <b>virtuelle</b> <b>F<sub>V</sub></b> en N	Travail <b>W</b> en Nm
CE	0.283	+1.4	7.01E-08		
CD	0.200	-0.95	-3.36E-08		
DE	0.200	-0.97	-3.43E-08		
BD	0.200	-1.97	-6.97E-08		
BC	0.283	-0.02	-1.00E-09		
AD	0.283	1.48	7.41E-08		
AC	0.200	+0.93	3.29E-08		

## Calcul des forces :

### 3. Méthode de travail virtuel...

À ce , nous introduisons une force virtuelle de +1N, agissant pour étirer l'élément 5.  
En utilisant une règle telle que le "triangle des forces" et le fait que la structure contient un certain nombre de triangles isocèles à angle droit, comme celui qui est dessiné en orange, les forces virtuelles dans les autres membres peuvent être calculées. Celles-ci sont illustrées dans le diagramme suivant.



Ajoutez ces forces virtuelles au tableau, colonne cinq, et utilisez-les pour calculer le travail virtuel effectué (en utilisant  $\delta \times F_V$ ).

Ces résultats sont ensuite ajoutés à la sixième colonne.

Numéro de membre	Longueur L en m	Force réelle $F_R$ en N	Réel Déformation $\delta$ en m	Force virtuelle $F_V$ en N	Travail W en Nm
CE	0.283	+1.4	7.01E-08	0	0.00E+00
CD	0.200	-0.95	-3.36E-08	-0.707	2.38E-08
DE	0.200	-0.97	-3.43E-08	0	0.00E+00
BD	0.200	-1.97	-6.97E-08	-0.707	4.93E-08
BC	0.283	-0.02	-1.00E-09	+1.000	-1.00E-09
AD	0.283	1.48	7.41E-08	+1.000	7.41E-08
AC	0.200	+0.93	3.29E-08	-0.707	-2.33E-08

Travail virtuel interne total effectué=  $8.4 \times 10^{-7}$  Nm Selon le

principe du travail virtuel :

$$W_{\text{ext}} = W_{\text{int}}$$

où  $W_{\text{ext}}$  = le travail virtuel externe total effectué et  $W_{\text{int}}$  = le travail virtuel interne total.

En l'occurrence :

$$1 \times \Delta = 1.00E-09$$

où  $\Delta$  = déformation de l'élément BC.

D'où :

$$\Delta = 1 \times 10^{-9} \text{m}$$

# Document de l'élève

## Poutrelles

### Enquête A - Charge appliquée à l'articulation E

#### Mesures

Chargement		Membre						
Mass e en g	Poids <b>W</b> en N	<b>CE</b> (LCD 1) FCE en N	<b>CD</b> (LCD 2) FCD en N	<b>DE</b> (LCD 3) FDE en N	<b>BD</b> (LCD 4) FBD en N	<b>BC</b> (LCD 5) <b>Pas en usage</b>	<b>AD</b> (LCD 6) FAD en N	<b>AC</b> (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

Angle  $\theta$  entre les éléments du cadre au niveau de l'articulation E= .....

Longueur de l'élément **DE**, **X**= .....

Longueur du membre **CD**, **Y**= .....

#### Calculs

Chargement		Membre						
Mass e en g	Poids <b>W</b> en N	<b>CE</b> (LCD 1) FCE en N	<b>CD</b> (LCD 2) FCD en N	<b>DE</b> (LCD 3) FDE en N	<b>BD</b> (LCD 4) FBD en N	<b>BC</b> (LCD 5) <b>Pas en usage</b>	<b>AD</b> (LCD 6) FAD en N	<b>AC</b> (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

**Poutrelles**

**Enquête B - Charge appliquée à l'articulation D**

**Mesures**

Chargement		Membre						
Mass e en g	Poids <b>W</b> en N	<b>CE</b> (LCD 1) <small>FCE</small> en N	<b>CD</b> (LCD 2) <small>FCD</small> en N	<b>DE</b> (LCD 3) <small>FDE</small> en N	<b>BD</b> (LCD 4) <small>FBD</small> en N	<b>BC</b> (LCD 5) <b>Pas en usage</b>	<b>AD</b> (LCD 6) <small>FAD</small> en N	<b>AC</b> (LCD 7) <small>FAC</small> en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

**Défi :**

Utilisez les diagrammes des corps libres et la méthode articulations pour obtenir les équations des forces dans les six membres.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## Enquête B - Charge appliquée à l'articulation D

Calculé

Chargement		Membre						
Masse en g	Poids $W$ en N	CE (LCD 1) FCE en N	CD (LCD 2) FCD en N	DE (LCD 3) FDE en N	BD (LCD 4) FBD en N	BC (LCD 5) Pas en usage	AD (LCD 6) FAD en N	AC (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

## Enquête C - Charges multiples

Mesuré

Chargement					Membre						
1 Masse en g	1 Poids $W_1$ dans N	2 Masse en g	2 Poids $W_2$ dans N	2 angle $\alpha$	CE (LCD 1) FCE en N	CD (LCD 2) FCD en N	DE (LCD 3) FDE en N	BD (LCD 4) FBD en N	BC (LCD 5) Pas en usage	AD (LCD 6) FAD en N	AC (LCD 7) FAC en N
100	0.98	300	2.94	90							
100	0.98	300	2.94	45							
300	2.94	100	0.98	90							
300	2.94	100	0.98	45							

Calculé

Chargement					Membre						
1 Masse en g	1 Poids $W_1$ dans N	2 Masse en g	2 Poids $W_2$ dans N	2 angle $\alpha$	CE (LCD 1) FCE en N	CD (LCD 2) FCD en N	DE (LCD 3) FDE en N	BD (LCD 4) FBD en N	BC (LCD 5) Pas en usage	AD (LCD 6) FAD en N	AC (LCD 7) FAC en N
100	0.98	300	2.94	90							
100	0.98	300	2.94	45							
300	2.94	100	0.98	90							
300	2.94	100	0.98	45							



## Investigation D - Poutrelle redondante - charge appliquée à l'articulation E

### Mesures

Chargement		Membre						
Mass e en g	Poids <b>W</b> en N	<b>CE</b> (LCD 1) FCE en N	<b>CD</b> (LCD 2) FCD en N	<b>DE</b> (LCD 3) FDE en N	<b>BD</b> (LCD 4) FBD en N	<b>BC</b> (LCD 5) FBC en N	<b>AD</b> (LCD 6) FAD en N	<b>AC</b> (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

### Calculs

Chargement		Membre						
Masse en g	Poids <b>W</b> en N	<b>CE</b> (LCD 1) FCE en N	<b>CD</b> (LCD 2) FCD en N	<b>DE</b> (LCD 3) FDE en N	<b>BD</b> (LCD 4) FBD en N	<b>BC</b> (LCD 5) FBC en N	<b>AD</b> (LCD 6) FAD en N	<b>AC</b> (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

Commentez la comparaison entre ces résultats et ceux de la ferme parfaite.

.....

.....

.....

.....

.....



## Poutrelles

### Investigation E - Poutrelle redondante - charge appliquée à l'articulation D

#### Mesures

Chargement		Membre						
Mass e en g	Poids <b>W</b> en N	<b>CE</b> (LCD 1) FCE en N	<b>CD</b> (LCD 2) FCD en N	<b>DE</b> (LCD 3) FDE en N	<b>BD</b> (LCD 4) FBD en N	<b>BC</b> (LCD 5) FBC en N	<b>AD</b> (LCD 6) FAD en N	<b>AC</b> (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

#### Calculs

Chargement		Membre						
Masse en g	Poids <b>W</b> en N	<b>CE</b> (LCD 1) FCE en N	<b>CD</b> (LCD 2) FCD en N	<b>DE</b> (LCD 3) FDE en N	<b>BD</b> (LCD 4) FBD en N	<b>BC</b> (LCD 5) FBC en N	<b>AD</b> (LCD 6) FAD en N	<b>AC</b> (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

Commentez la comparaison entre ces résultats et ceux de la ferme parfaite.

.....

.....

.....

.....

.....

## Investigation F - Poutrelle redondante - Charges multiples

### Mesuré

Chargement					Membre						
1 Masse en g	1 Poids $W_1$ dans N	2 Masse en g	2 Poids $W_2$ dans N	2 angle $\alpha$	CE (LCD 1) FCE en N	CD (LCD 2) FCD en N	DE (LCD 3) FDE en N	BD (LCD 4) FBD en N	BC (LCD 5) FBC en N	AD (LCD 6) FAD en N	AC (LCD 7) FAC en N
100	0.98	300	2.94	90							
100	0.98	300	2.94	45							
300	2.94	100	0.98	90							
300	2.94	100	0.98	45							

### Calculé

Chargement					Membre						
1 Masse en g	1 Poids $W_1$ dans N	2 Masse en g	2 Poids $W_2$ dans N	2 angle $\alpha$	CE (LCD 1) FCE en N	CD (LCD 2) FCD en N	DE (LCD 3) FDE en N	BD (LCD 4) FBD en N	BC (LCD 5) FBC en N	AD (LCD 6) FAD en N	AC (LCD 7) FAC en N
100	0.98	300	2.94	90							
100	0.98	300	2.94	45							
300	2.94	100	0.98	90							
300	2.94	100	0.98	45							

Commentez la comparaison entre ces résultats et ceux de la ferme parfaite.

.....

.....

.....

.....

.....