



# **MATRIX** | STRUCTURES

## Cerchas



**MATRIX**

CP1673

[www.matrixtsl.com](http://www.matrixtsl.com)

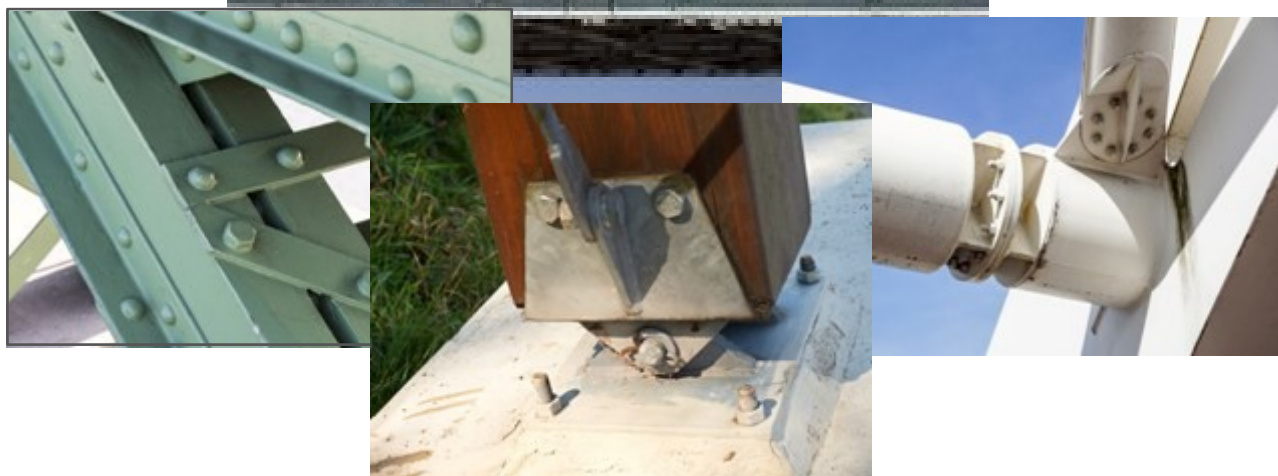
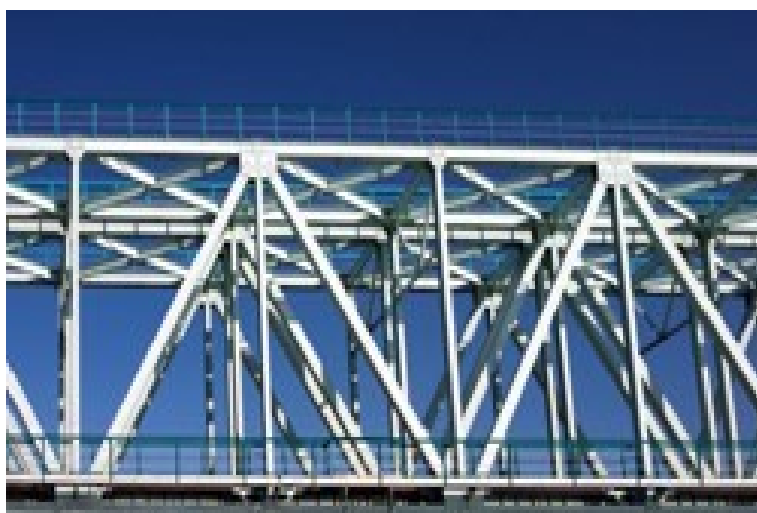
Copyright 2024 Matrix Technology Solutions Limited

# Contenido

¡Compruebe la carga!	3
Introducción	4
Hoja de ejercicios - Perfect Truss	7
A - Carga aplicada a la junta <b>E</b>	9
B - Carga aplicada a la junta <b>D</b>	10
C - Cargas múltiples Resumen	11
hasta el momento	12
Hoja de trabajo - Celosía redundante	13
D - Carga aplicada a la junta <b>E</b>	14
E - Carga aplicada a la junta <b>D</b>	15
F - Cargas múltiples	15
Sección de Referencia	16
Notación del arco	17
Cálculo de las fuerzas	19
1. Método de juntas	19
2. Método de secciones	22
3. Método de trabajo virtual	24
Material para el alumno	26

# ¡Compruebe la carga de !

El ingeniero que diseña una estructura de armazón debe analizar la carga de cada uno de sus miembros en toda la gama de cargas previstas.



Algunos miembros estarán en compresión mientras que otros estarán en tensión. Algunos son miembros de fuerza cero sin fuerzas internas en ellos, utilizados para aumentar la estabilidad y rigidez de la estructura.

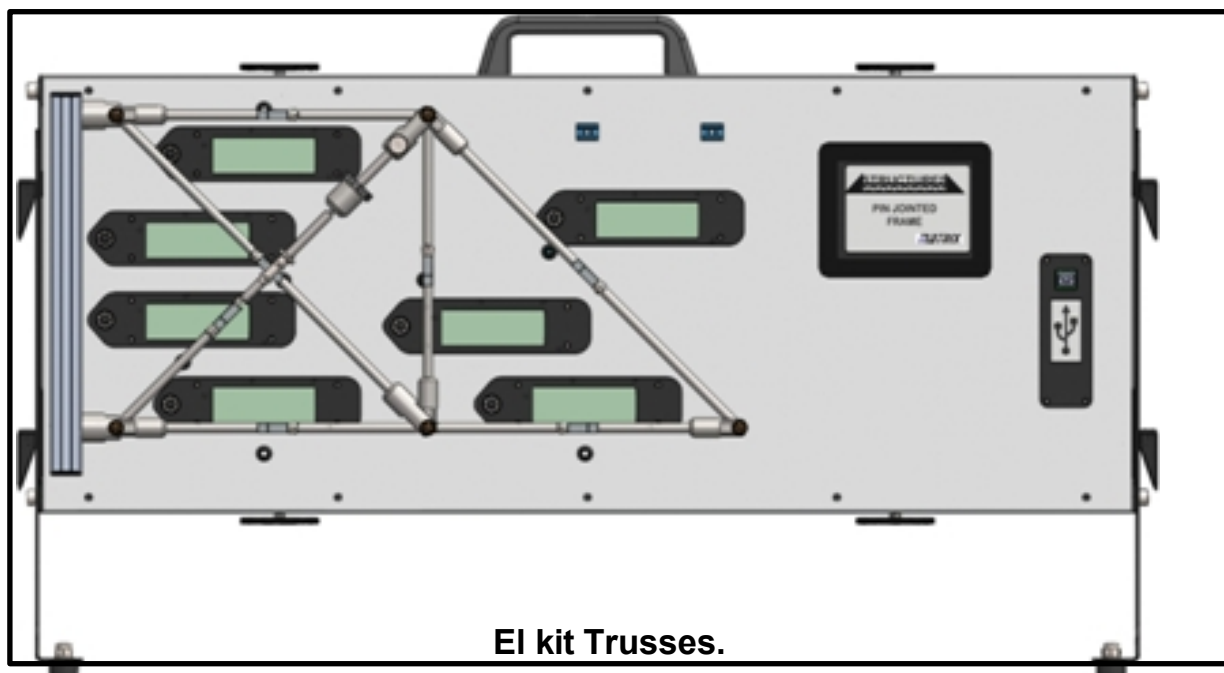
Los distintos materiales tienen propiedades diferentes. Algunos funcionan mejor a compresión, mientras que otros lo hacen mejor a tracción. Este análisis ayuda a seleccionar los materiales adecuados y a determinar las dimensiones apropiadas.

Los experimentos de este módulo permiten comparar los valores calculados de los esfuerzos en las vigas y los pilares con los valores medidos. El objetivo es validar las técnicas utilizadas en los cálculos.

# Introducción

En este módulo, los estudiantes investigan la distribución de cargas en celosías perfectas y redundantes, formadas por elementos unidos por uniones de pasador.

Para confirmar la validez de la teoría, comparan valores medidos con las fuerzas calculadas a partir de la teoría.



La estructura está fijada en su extremo izquierdo a una viga, simulando un muro de reacción.

Cada uno de los miembros de acero inoxidable tiene, en su punto medio, una célula de carga conectada a una pantalla LCD, que mide la fuerza de tensión / compresión dentro de cada miembro. Una lectura positiva indica compresión en el miembro y una lectura negativa tensión.

Hay dos posiciones de suspensión, lo que permite a los alumnos explorar los efectos de la redundancia en las estructuras. Una polea magnética también permite aplicar cargas en ángulo.

El kit incluye un elemento redundante desmontable que permite a los alumnos cambiar de un tipo de armazón a otro. Incorpora un mecanismo de torsión para ajustar su longitud.

El aparato está diseñado para funcionar con una alimentación de 5v. Esto significa que un cable USB conectado a un ordenador o a un enchufe será suficiente. El software de adquisición de datos sólo funciona a través del ordenador, por lo que la configuración recomendada es tener el USB conectado al ordenador que está ejecutando el software. Sin embargo, si desea realizar el experimento sin el software, que conseguir un enchufe USB para el estilo de enchufe local correcto.

# Introducción...

## Cerchas

### Junta de pasador:

Una articulación de pasador puede resistir fuerzas verticales y horizontales, pero no un momento. Sólo tiene un grado de libertad, lo que permite la rotación sobre un único eje, pero no el movimiento de traslación.

### Tipos de cerchas:

Una cercha puede clasificarse como:

- un braguero perfecto;
- un armazón imperfecto;
- o un armazón redundante.

en función del número de barras,  $m$ , comparado con el número articulaciones,  $j$ .

### Cercha perfecta: cumple la condición: $m = 2j - 3$

Cada miembro es esencial para la estabilidad y la capacidad de carga de la estructura. Esto garantiza una distribución eficaz de las cargas por toda la estructura, maximizando su relación resistencia-peso.

### Cercha imperfecta: cumple la condición: $m < 2j - 3$

El número de miembros de la estructura es inferior al necesario para la estabilidad. Una estructura imperfecta se hunde cuando se le aplica una carga.

### Celosía redundante: cumple la condición: $m > 2j - 3$

Una celosía redundante tiene más miembros de los necesarios para ser una celosía perfecta. Las cerchas redundantes no se colapsan cuando están cargadas.

Los elementos redundantes de la celosía permiten que la estructura distribuya las cargas de diferentes maneras, produciendo una serie de trayectorias de carga. Esto proporciona un margen de seguridad frente a cambios en las condiciones de carga o el fallo de miembros individuales.

Con el elemento redundante desconectado, los alumnos aprenden a analizar los esfuerzos en los demás elementos de la celosía utilizando el "método de las uniones" y el "método de las secciones" y la notación de Bow.

Con el miembro despedido comprometido, aprenden además a analizar las fuerzas mediante el "Método de trabajo virtual".

# Introducción...

## Cerchas

### Perfecto frente a redundante:

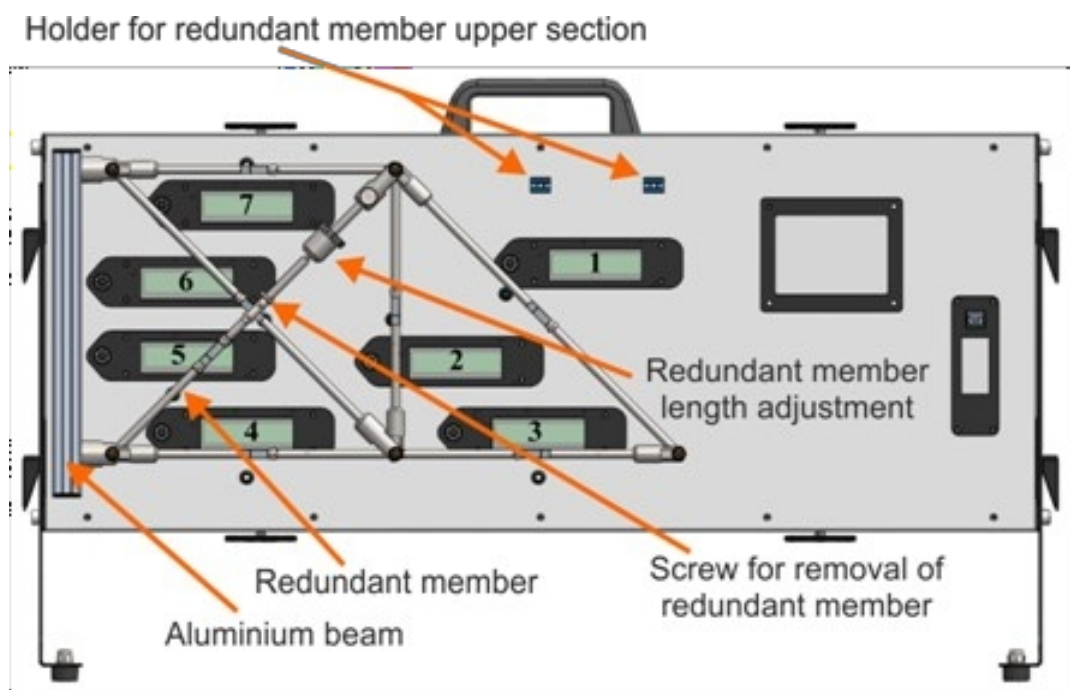
Con los siete miembros colocados, la estructura actúa como una cercha redundante. Hay ocho miembros, incluido el muro de reacción, y cinco articulaciones, de modo que

$$m > 2j - 3$$

Una vez eliminado el elemento redundante, la estructura actúa como una celosía perfecta, con sólo siete elementos, incluido el muro de reacción, y cinco juntas, de modo que

$$m = 2j - 3$$

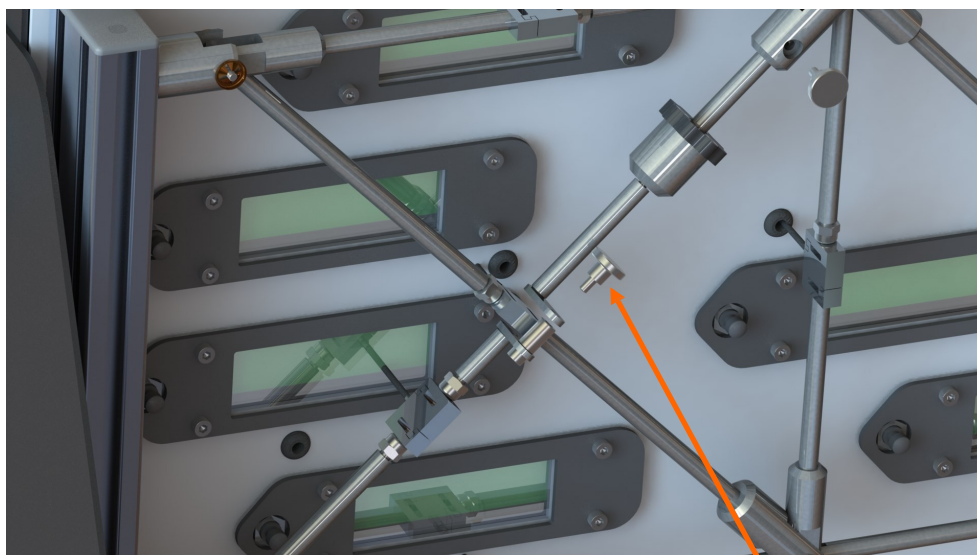
### Para convertirlo en un armazón perfecto (es decir, un armazón articulado):



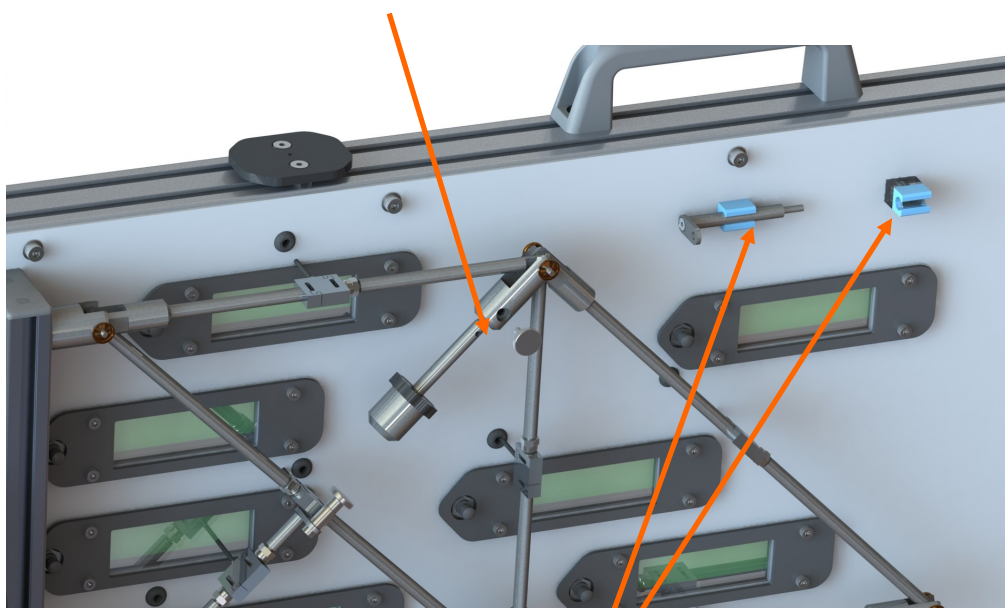
- Afloje y retire los tornillos de mariposa que el elemento redundante.
- Enganche las secciones superiores del elemento redundante en el soporte previsto.
- Gire la sección inferior de modo que se apoye en la viga de aluminio del extremo izquierdo.

# Introducción...

- Afloje el tornillo de mariposa utilizado para ajustar la longitud del miembro redundante.



- Desatornille la sección superior de la viga redundante del pivote.

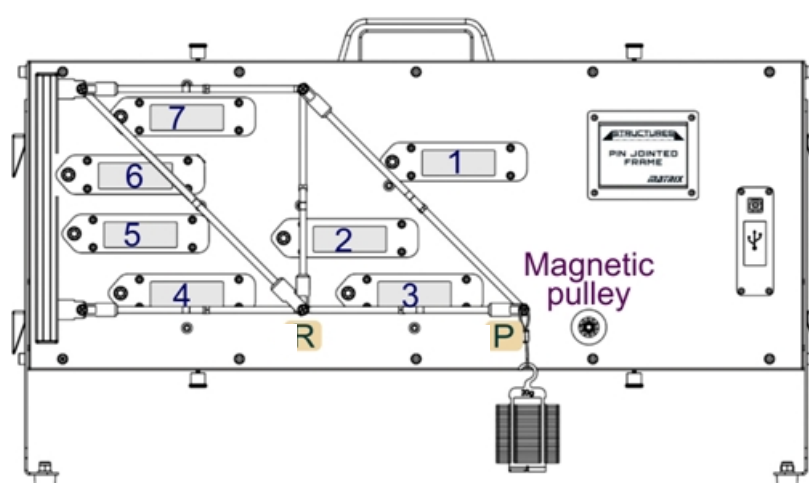


- Enganche las piezas sueltas en los clips azules

# Cercha perfecta

## En cada investigación:

- Asegúrese de que el aparato esté nivelado.
- Desconecte el miembro redundante.
- El diagrama muestra los números de cada una de las pantallas LCD para que pueda registrar sus lecturas en el Student Handout.



- Antes de empezar, pulse los botones de las pantallas LCD para poner a cero las células de carga. (Esto resta el peso del bastidor de las lecturas posteriores).

Las pantallas se vuelven verdes cuando lo han hecho.

Las lecturas pueden realizarse manualmente o mediante transferencia de datos a través del puerto USB directamente a una hoja de cálculo.

Los indicadores muestran las cargas en gramos.

Obtener la carga como fuerza, en newtons:

- divide la lectura por 1000 para convertirla en kilogramos;
- multiplica el resultado por 9,81, la intensidad del campo gravitatorio. Ahora tienes la carga expresada como fuerza.

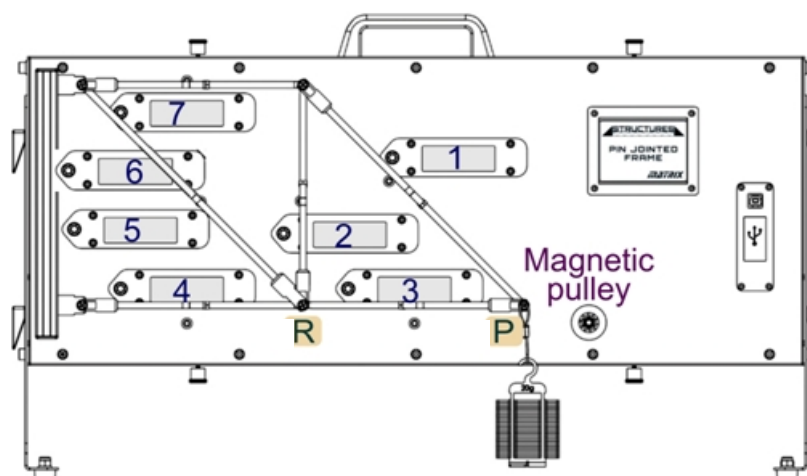


# Cercha perfecta

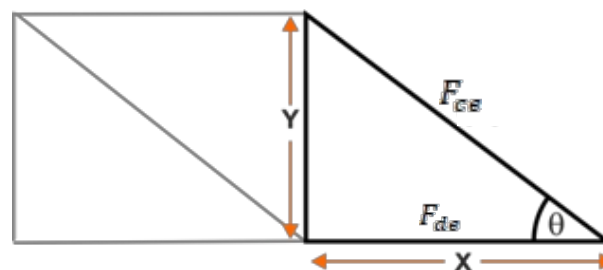
## Investigación A - Carga aplicada a la junta E

Te toca a ti:

- Suspense un total de 100 g de la articulación **E** del armazón, utilizando un lazo de cuerda. La percha vacía tiene una masa de 20 g.



- Tome cada lectura de la célula de carga. Conviértalo en la fuerza dentro de ese miembro, como se ha descrito anteriormente.
- Anótalo en la tabla del Student Handout. La tabla utiliza la notación de Bow (véase la "Sección de referencia") para identificar los elementos del bastidor y su correspondiente célula de carga.
- Aumenta la carga añadiendo una masa de 40 g al colgador de masa y registra las nuevas lecturas de fuerza.
- Continúe de esta manera hasta que la percha de masa lleve un total de 300 g.
- A continuación, medir:
  - ángulo  $\theta$  entre los largueros en la unión **E**, debería ser 45deg
  - longitudes **X** e **Y** de los miembros **CE** y **DE**.
- Anótalas en el Student Handout.



Y qué:

- Calcule el valor teórico de los esfuerzos en cada elemento, utilizando uno de los métodos descritos en la sección Referencia.
- Anota tus resultados en la segunda tabla del Student Handout.

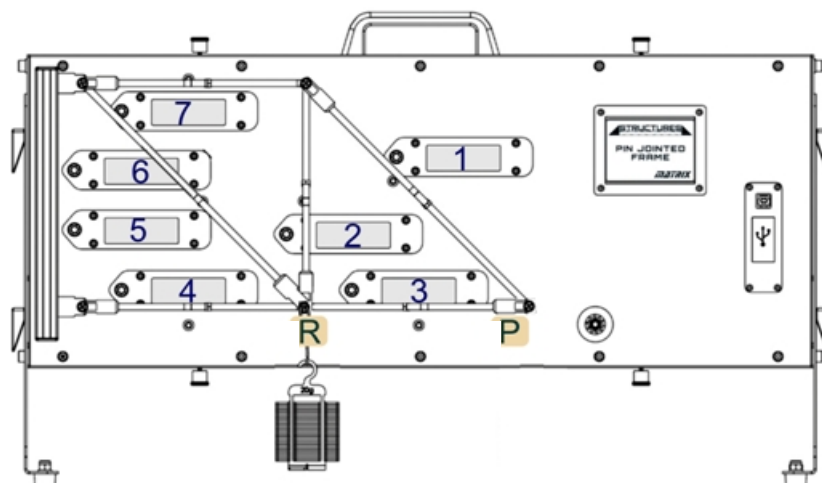
# Cercha perfecta

## Cerchas

### Investigación B - Carga aplicada a la junta D

Te toca a ti:

- Mueva el colgador de masa de la articulación E a la articulación D del bastidor.



- Con la percha de masa con carga total de 100g toma cada lectura de la célula de carga y conviértela en la fuerza equivalente.
- Anótalo en la primera tabla del Student Handout.
- Como antes, aumente la carga en pasos de 40 g hasta que la masa total de la carga sea de 300 g.
- Registre cada las lecturas de la célula de carga como fuerzas en el Student Handout.

### Desafío:

- Utilice el método análisis de articulaciones para obtener ecuaciones para las fuerzas en los seis miembros del marco con la carga en la articulación D.
- Haz tu análisis en el espacio previsto para ello en el Student Handout.
- Por lo tanto, calcule las fuerzas en cada miembro.  
(Pista: descubrirás que hay algunos miembros de fuerza cero).
- Anota tus resultados en la segunda tabla del Student Handout.

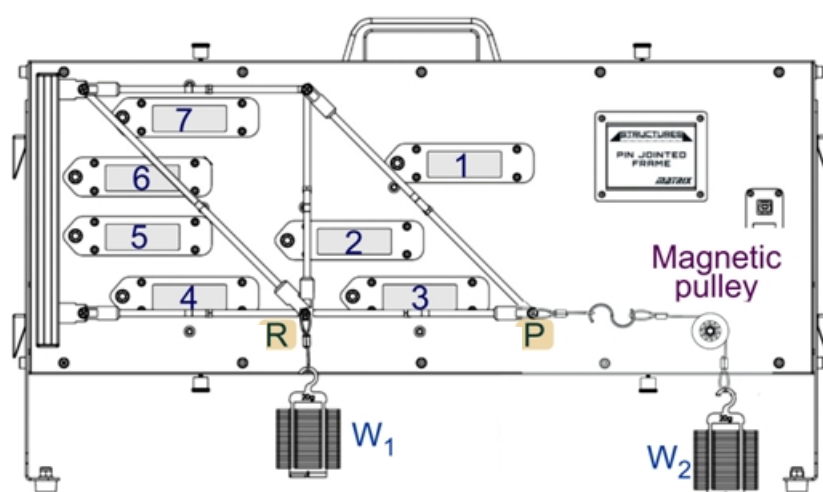
# Cercha perfecta

## Investigación C - Cargas múltiples

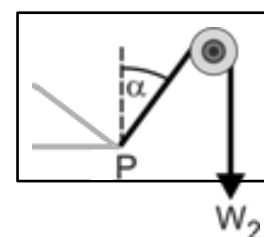
Te toca a ti:

- Esta vez, una suspensión de masa sigue unida a la articulación **D** con una segunda unida a la articulación

E utilizando la polea magnética para aplicar la carga en un ángulo  $\alpha$ , como se muestra en el diagrama.



- Cargue los colgadores de masa y mueva la polea magnética para establecer el primer conjunto de valores para las cargas  $W_1$  y  $W_2$ , y el ángulo  $\alpha$  dado en la tabla del Student Handout.
- Registre en la tabla las lecturas resultantes de la célula de carga.
- Repite el proceso para los demás valores indicados en la tabla.
- Anota cada vez los resultados en la tabla del Student Handout.

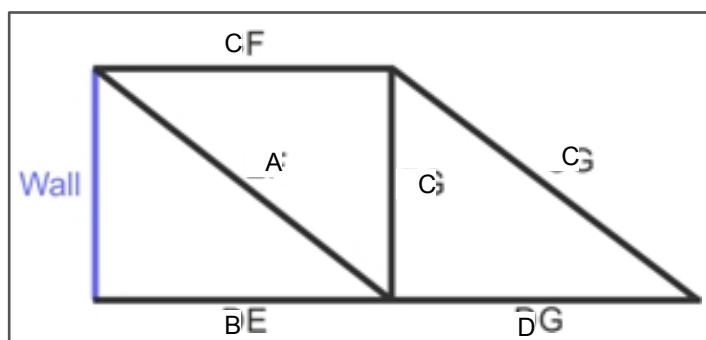


### Desafío:

- Utilizando uno de los métodos descritos en la sección de Referencia y diagramas de cuerpo libre, obtenga ecuaciones para las fuerzas en los seis miembros del marco cuando se carga de esta manera.
- Anota tus diagramas y análisis en el espacio previsto para ello en el Student Handout.
- Por lo tanto, calcule las fuerzas en cada miembro.
- Anota tus resultados en la segunda tabla del Student Handout.

# Cercha perfecta

Resumen hasta ahora :

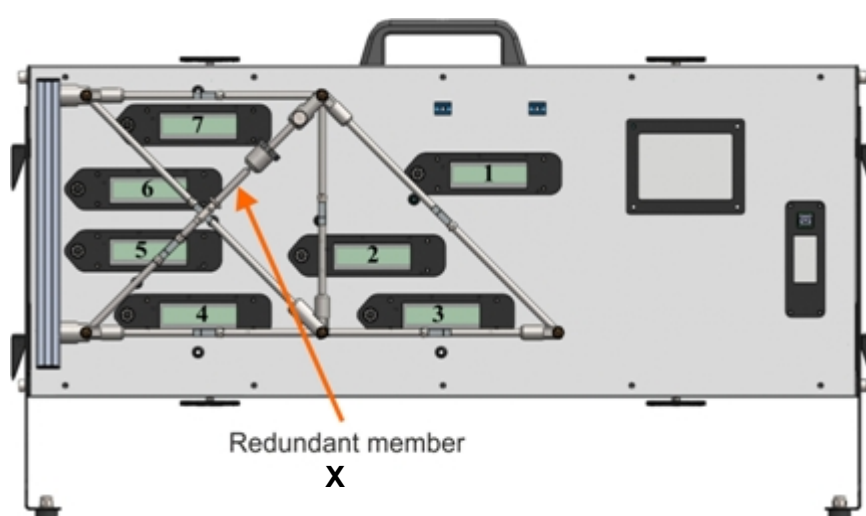


- Las estructuras trianguladas de este tipo se utilizan a menudo en estructuras como puentes y soportes de tejados. Su análisis y diseño pueden simplificarse enormemente tratando las uniones como uniones de pasador.
- Las posiciones y tamaños de las fuerzas externas, como las cargas y las fuerzas de reacción, determinan el patrón de carga de una estructura. Un análisis como el mostrado anteriormente puede utilizarse para optimizar los diseños e identificar los elementos estructurales de fuerza nula.
- La optimización topológica es la técnica matemática utilizada para perfeccionar el diseño de una estructura dentro de unas condiciones de contorno especificadas. Por ejemplo, podría utilizarse para reducir el número de elementos de viga en la celosía, en función de las condiciones de carga.
- El patrón de carga puede tener un gran efecto en la fuerza dentro de un miembro estructural. El ángulo de aplicación de la carga puede determinar si un elemento está en tensión o compresión, lo que puede influir en la elección del material.  
Por ejemplo, la madera es un 30% más resistente a la compresión que a la tracción.

# Celosía redundante

En cada investigación:

- Asegúrese de que el aparato esté nivelado.
- Vuelva a conectar el miembro redundante, etiquetado como **X**.

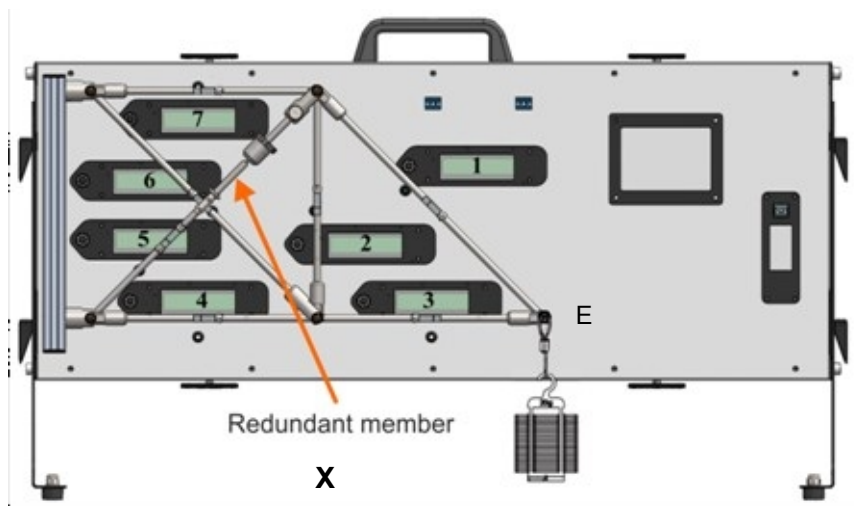


Recordatorio: las indicaciones muestran las cargas en gramos. Para obtener la carga como fuerza, en newtons:

- divide la lectura por 1000 para convertirla en kilogramos;
- multiplica el resultado por 9,81, la intensidad del campo gravitatorio.

# Celosía redundante

## Investigación D - Carga aplicada a la junta E



### Te toca a ti:

- Poner a cero todas las células de carga.
- Suspender una carga de 100g, desde la articulación **E** del marco.
- Mire la pantalla LCD 7, gire la tuerca de mariposa negra en el elemento redundante hasta que la lectura coincida con el resultado anterior para una armadura perfecta.
- Tome cada lectura de la célula de carga y conviértala en la fuerza dentro de ese miembro.
- Anótalo en el Student Handout.
- Aumenta la carga añadiendo una masa de 40 g al colgador de masa.
- Anota las nuevas lecturas de fuerza en el Student Handout.
- Continúe de esta manera hasta que la percha de masa lleve un total de 300 g.

### Y qué:

Compara estos resultados con los de la celosía perfecta (investigación A). Comenta esta comparación en el Student Handout.

Comente qué miembros a las fuerzas en el miembro redundante, cuando el mecanismo se tuerce de modo que el miembro se alarga y cuando el mecanismo se tuerce de modo que el miembro se acorta.

### Desafío:

- Calcule el valor teórico de las fuerzas en cada miembro.
- Anota tus resultados en la segunda tabla del Student Handout.

# Celosía redundante

## Investigaciones E y F

Repita este procedimiento:

- para una carga suspendida del punto **D**;
- para una configuración de carga múltiple con una carga en **D** y una segunda carga aplicada en ángulo con respecto a **E**.
- Anota tus resultados en el Student Handout.

### Y qué:

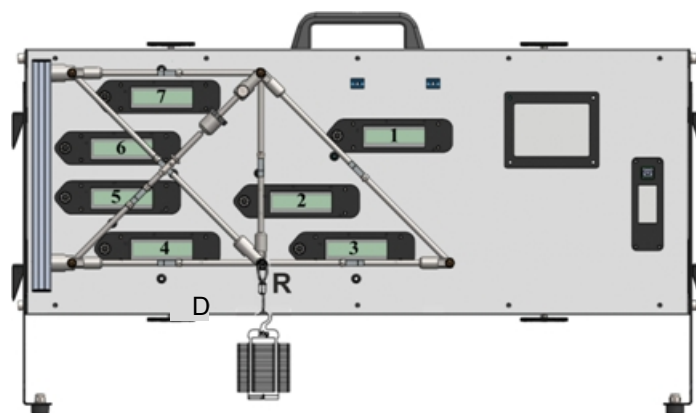
Compara estos resultados con los de la configuración equivalente con la celosía perfecta. Comenta esta comparación en el Student Handout.

### Desafío:

- Para cada montaje, calcule el valor teórico de la fuerza en cada miembro.
- Anota los resultados en el Student Handout.

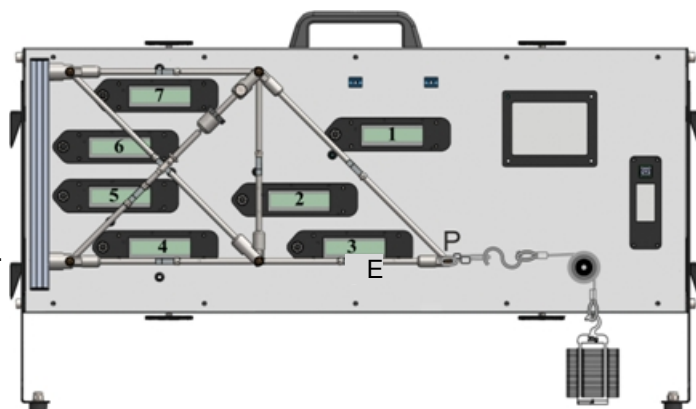
### Investigación E -

Carga aplicada a la junta **D**:



### Investigación F -

Cargas múltiples, utilizando los valores de las cargas  $W_1$  y  $W_2$ , y el ángulo  $\alpha$  que figuran en la tabla del Material para el alumno.



**Consulte la  
sección**



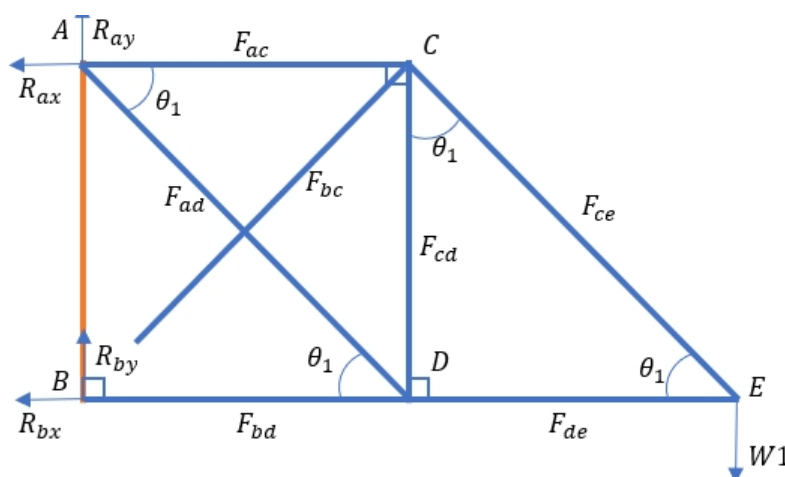
# Bow's notation

La notación de Bow, una convención de etiquetado, se utiliza para etiquetar los diagramas de cuerpo libre. Los espacios alrededor de las barras se etiquetan de **A** a **E**. Las barras, y las fuerzas dentro de ellas, tienen etiquetas que indican los espacios que separan.

El primer diagrama aplica esta convención al etiquetado de un marco de seis miembros.

Además, muestra las fuerzas externas:

- carga añadida **W**;
- fuerzas de reacción **R<sub>(a)</sub>** y **R<sub>b</sub>** generadas en la pared de reacción. Estas se muestran resueltas en componentes horizontales y verticales, por ejemplo **R<sub>ax</sub>** y **R<sub>by</sub>**.



Member	Length (mm)
$F_{ac} = \text{load cell 7}$	200
$F_{bc} = \text{load cell 6}$	$200 \cdot \sin(45)$
$F_{ad} = \text{load cell 5}$	$200 \cdot \sin(45)$
$F_{bd} = \text{load cell 4}$	200
$F_{de} = \text{load cell 3}$	200
$F_{cd} = \text{load cell 2}$	200
$F_{ce} = \text{load cell 1}$	$200 \cdot \sin(45)$

# Cálculo de las fuerzas

## Cerchas

### Cálculo de las fuerzas

Dos enfoques para encontrar los valores teóricos de los esfuerzos en las barras, el método de las secciones y el método de las uniones, se basan en la misma física básica:

En un cuerpo que está en equilibrio:

1. la fuerza horizontal total es cero;
2. la fuerza vertical total es cero;
3. la suma de los momentos de fuerzas alrededor de cualquier punto es cero.

### Método de juntas:

Examina las fuerzas que actúan sobre una articulación determinada.

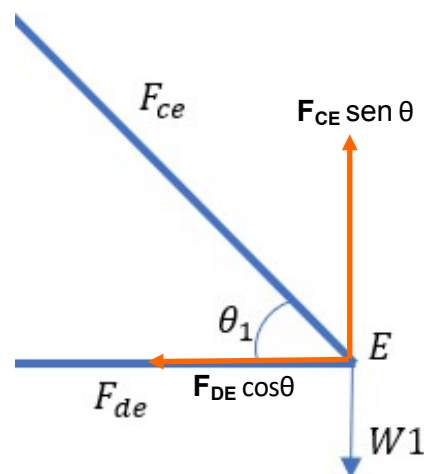
Por ejemplo, en primer lugar, concéntrese en las fuerzas que actúan sobre la articulación etiquetada como **E**.

El segundo diagrama supone que:

- La fuerza  $F_{CE}$  es una fuerza de tracción;
- La fuerza  $F_{DE}$  comprime la articulación P.

Estas suposiciones no son significativas, ya las matemáticas identificarán las direcciones verdaderas añadiendo un signo "+" o "-".

El diagrama muestra la fuerza  $F_{CE}$  resuelta en horizontal y componentes verticales.



### El análisis

1. **Suma de las fuerzas verticales= 0:**

$$F_{CE} \sin \theta - W = 0$$

$$F_{CE} = W / \sin \theta$$

2. **Suma de las fuerzas horizontales= 0:**

$$F_{DE} - F_{CE} \cos \theta = 0 \text{ por}$$

$$\text{lo que } F_{DE} = F_{CE} \cos \theta$$

3. **La suma de los momentos de fuerzas es cero:**

No se obtendrá ninguna ecuación útil tomando momentos alrededor del punto **E** ya que tanto  $F_{CE}$  y  $F_{DE}$ , pasan por ese punto y por tanto no ejercen ningún momento sobre él.

Conociendo la carga **W** y el ángulo  $\theta$ , se pueden determinar las dos fuerzas  $F_{CE}$  y  $F_{DE}$ .

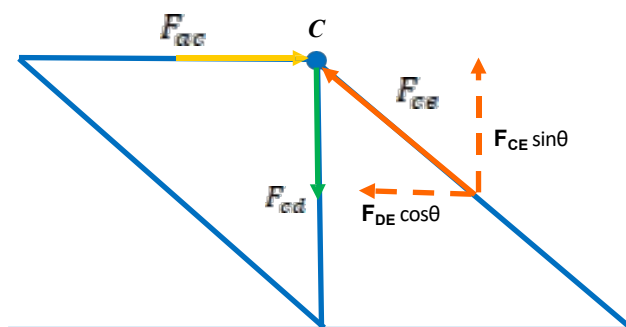
# Cálculo de las fuerzas:

## 1. Método de juntas

### Cerchas

#### Conjunto C:

A continuación, observa las fuerzas que actúan sobre la articulación **C**.



La fuerza  $F_{CE}$  se divide de nuevo en componentes horizontal y vertical.

#### El análisis

1. Suma de las fuerzas verticales= 0:

$$F_{CE} \sin \theta - F_{CD} = 0$$

$$F_{CD} = F_{CE} \sin \theta$$

2. Suma de la fuerza horizontal= 0:

$$F_{AC} - F_{DE} \cos \theta = 0$$

$$F_{AC} = F_{DE} \cos \theta$$

3. La suma de los momentos de fuerzas es cero:

Una vez más, como las tres fuerzas pasan por el punto **C**, no obtiene ninguna ecuación útil tomando momentos alrededor del punto **C**.

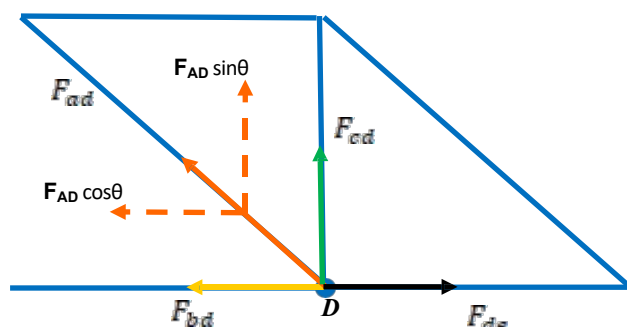
Conociendo la fuerza  $F_{CE}$  y el ángulo  $\theta$ , se pueden hallar las dos fuerzas  $F_{CD}$  y  $F_{AC}$ .

# Cálculo de las fuerzas:

## 1. Método de juntas...

### Cerchas

Conjunto D:



Esta vez, la fuerza  $F_{AD}$  se resuelve en componentes horizontal y vertical.

#### El análisis

1. Suma de las fuerzas verticales = 0:

$$F_{AD} \sin \theta - F_{CD} = 0$$

$$F_{AD} = F_{CD} / \sin \theta$$

2. Suma de las fuerzas horizontales = 0:

$$F_{DE} - F_{AD} \cos \theta - F_{BD} = 0$$

$$F_{BD} = F_{DE} - F_{AD} \cos \theta$$

3. La suma de los momentos de fuerzas es cero:

De nuevo, todas las fuerzas pasan por el punto **D**, por lo que no se obtiene ninguna ecuación útil tomando momentos alrededor del punto **D**.

Conociendo las fuerzas  $F_{CD}$  y  $F_{DE}$  y el ángulo  $\theta$ , se pueden hallar las dos fuerzas  $F_{EF}$  y  $F_{DE}$ .

#### Resumen

Analizando las situaciones en las articulaciones, **E**, **C** y **D**, se han calculado las seis fuerzas.

Obsérvese que en cada articulación el análisis sólo da lugar a dos ecuaciones, ya tomar momentos no tenía sentido. Sin embargo, el análisis de cada articulación funcionó porque sólo había dos fuerzas desconocidas implicadas cada vez.

**Este método no es apropiado cuando más de dos fuerzas desconocidas actúan sobre la articulación.**

# Cálculo de las fuerzas:

## 2. Método de secciones

### Método de secciones:

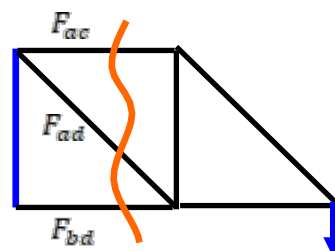
Este enfoque examina las fuerzas que actúan sobre una sección concreta de la estructura.

Un corte en la estructura crea esa sección. Como toda la , la sección está en equilibrio y así en esa sección:

- la suma de las fuerzas verticales es cero;
- la suma de las fuerzas horizontales es cero
- y la suma de los momentos de las fuerzas alrededor de cualquier punto es cero.

Esta vez, cada uno de estos aspectos generará una ecuación útil, lo que significa que podemos hacer frente a **tres** fuerzas desconocidas dentro de la sección que elijamos.

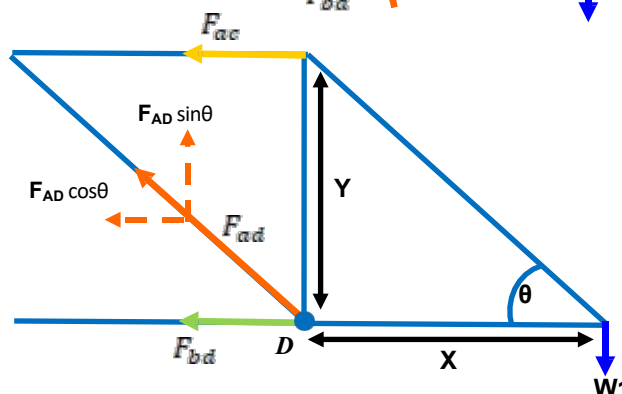
Por ejemplo, observe la sección creada cortando las barras **AC**, **AD** y **BD**, como se muestra al lado. Esto nos permitirá determinar los esfuerzos  $F_{AC}$ ,  $F_{AD}$  y  $F_{BD}$ .



Paso 1 - Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la sección:

Todas las fuerzas están en tensión. Una vez más, las matemáticas dirán si es cierto o no.

La fuerza  $F_{AD}$  se muestra resuelta en su horizontal y componentes verticales.



Paso 2 - Aplicar los criterios de equilibrio:

Observando las fuerzas verticales  
y así  $F_{AD} \text{ sen } \theta - W = 0$   
 $F_{AD} = W / \text{sen } \theta$

Tomando momentos sobre la articulación **D**:  $(F_{AC} \cdot Y) - (W \cdot X) = 0$  y por tanto  $F_{AC} = W \cdot X / Y$

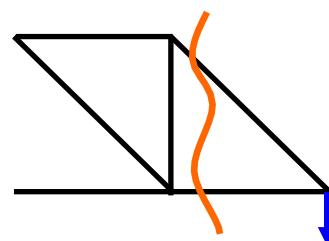
Observando las fuerzas horizontales  
así  $-F_{BD} - F_{AC} - F_{AD} \text{ cos } \theta = 0$  y  
 $F_{BD} = -F_{AC} - F_{AD} \text{ cos } \theta$

Conociendo  $W$ ,  $\theta$  y las longitudes  $X$  e  $Y$  podemos calcular las tres fuerzas.

## Cálculo de las fuerzas: 2. Método de secciones...

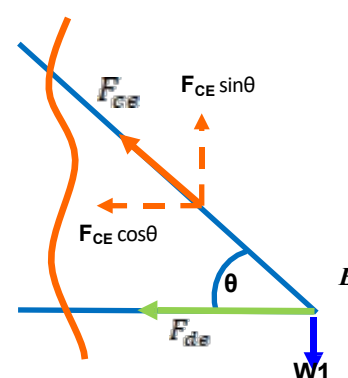
A continuación, observa la sección creada al cortar los miembros CG y DG.

Esto nos permite determinar las fuerzas  $F_{CG}$  y  $F_{DG}$ .



Paso 1 - Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la sección:

La fuerza  $F_{CG}$  se muestra resuelta en su horizontal y vertical componentes.



Paso 2 - Aplicar los criterios de equilibrio:

Observando las fuerzas verticales  $F_{CE} \sin \theta - W = 0$  y

así  $F_{CE} = W / \sin \theta$

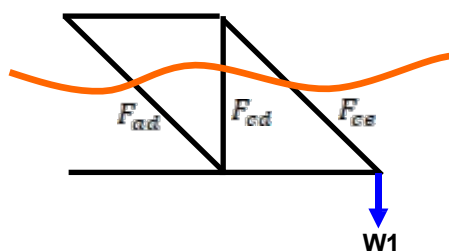
Observando las fuerzas horizontales  $F_{DE} - F_{CE} \cos \theta = 0$

y por tanto  $F_{DE} = F_{CE} \cos \theta$

No hay necesidad de una tercera ecuación ya que sólo hay dos fuerzas desconocidas.

Conociendo  $W$  y  $\theta$ , se pueden determinar estas fuerzas.

Sólo queda una fuerza desconocida,  $F_{CD}$ . Esto se puede obtener utilizando el método de las articulaciones, mirando a la articulación  $C$  o  $D$ , o mediante la aplicación de otro corte como se muestra a continuación:



Aunque esto muestra que hay tres fuerzas implicadas, dos,  $F_{AD}$  y  $F_{CE}$ , ya se conocen. La restante,  $F_{CD}$ , puede determinarse observando las fuerzas verticales.

### Resumen

El método de las secciones genera un máximo de **tres** ecuaciones, por lo que no utilizarse para un corte que implique más de **tres** fuerzas desconocidas.

## Cálculo de las fuerzas:

### 3. Método de trabajo virtual

El principio del trabajo virtual establece que si un cuerpo está en equilibrio, entonces la suma algebraica del trabajo virtual realizado por todas las fuerzas que actúan sobre él es cero para cualquier desplazamiento virtual.

(Un desplazamiento virtual es un desplazamiento posible de un sistema de partículas que es posible - pero en realidad no existe).

Punto de partida: la energía no puede crearse ni destruirse, sólo cambiar de una forma a otra. Cuando esto ocurre, se realiza un trabajo. Por ejemplo, para empujar un bloque de madera por suelo, hay que aplicar una fuerza para vencer la fricción. Al hacerlo, se realiza trabajo y se pierde energía química, que se convierte en calor y energía acústica.

A veces no es evidente que se realiza trabajo. Cuando colocas (no dejas caer) un bloque en el suelo, una fuerza de reacción mantiene el bloque en equilibrio. Aunque no se puede ver, a nivel atómico, las partículas del suelo se han movido ligeramente y en el proceso han creado una fuerza de reacción hacia arriba que equilibra el peso del , (¡esperamos!) El peso del ha realizado una pequeña cantidad de trabajo, (prácticamente cero,) al reordenar las partículas del suelo, lo que ha aumentado su energía potencial, conocida como energía de deformación.

Consideremos ahora el estiramiento de una varilla metálica. El factor significativo es su rigidez axial, **K**, una medida de su resistencia al estiramiento o la compresión en respuesta a una fuerza aplicada.

Se define como:

$$K = F / \delta$$

donde **F** es la fuerza aplicada y  $\delta$  es el desplazamiento resultante (extensión o compresión).

La rigidez axial depende del módulo elástico (módulo de Young, **E**) del material del que está hecha la varilla.

La definición del módulo de Young es:

$$E = \frac{\text{esfuerzo de tracción / deformación por tracción}}{\delta / L} = \frac{F / A}{\delta / L}$$

donde **A**= área de la sección transversal de la varilla y **L** es su longitud original.

Reorganizando esto:

$$\delta = \frac{F \times L}{E \times A}$$

# Cálculo de las fuerzas:

## 3. Método de trabajo virtual...

### Cerchas

#### Ejemplo de cálculo

Utilización del método del trabajo virtual para calcular la deformación en un elemento.

La tabla muestra datos sobre las longitudes de los miembros y un conjunto de fuerzas posibles.

Número de socio	Longitud L en m	Fuerza real $F_R$ en N	Real Deformación $\delta$ en m	Fuerza virtual $F_V$ en N	Trabajo W en Nm
CE	0.283	+1.4			
CD	0.200	-0.95			
DE	0.200	-0.97			
BD	0.200	-1.97			
BC	0.283	-0.02			
AD	0.283	1.48			
CA	0.200	+0.93			

El siguiente paso es calcular la Deformación Real,  $\delta$ , de cada miembro, utilizando la fórmula:

$$\delta = (F_R \times L) / E \times A$$

y completa la cuarta columna con los resultados.

El área de la sección transversal,  $A$ , de los miembros es  $28,27 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ . El módulo de Young,  $E$ , para el acero dulce es de  $200 \times 10^9 \text{ Pa}$ .

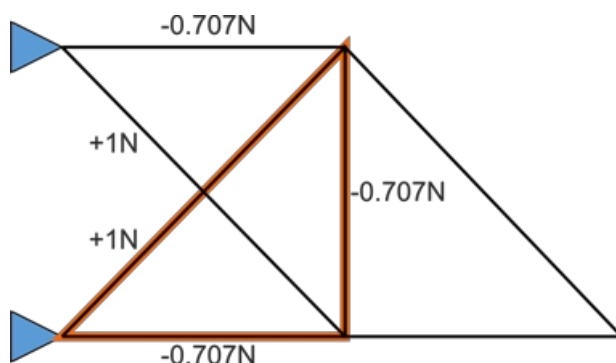
Número de socio	Longitud L en m	Fuerza real $F_R$ en N	Real Deformación $\delta$ en m	Fuerza virtual $F_V$ en N	Trabajo W en Nm
CE	0.283	+1.4	7.01E-08		
CD	0.200	-0.95	-3.36E-08		
DE	0.200	-0.97	-3.43E-08		
BD	0.200	-1.97	-6.97E-08		
BC	0.283	-0.02	-1.00E-09		
AD	0.283	1.48	7.41E-08		
CA	0.200	+0.93	3.29E-08		



# Cálculo de las fuerzas:

## 3. Método de trabajo virtual...

En este punto, introducimos una fuerza virtual de +1N, que actúa para estirar el miembro 5. Utilizando una regla como la del "triángulo de fuerzas" y el hecho de que la estructura contiene una serie de triángulos isósceles rectángulos, como el perfilado en naranja, pueden calcularse las fuerzas virtuales en los demás miembros. Estas fuerzas se muestran en el siguiente diagrama.



Añade estas fuerzas virtuales a la tabla, columna cinco, y utilízalas para calcular el trabajo virtual realizado (utilizando  $\delta \times F_v$ ).

Estos resultados se añaden a la sexta columna.

Número de socio	Longitud L en m	Fuerza a real $F_R$ en N	Real Deformación $\delta$ en m	Fuerza virtual $F_v$ en N	Trabajo W en Nm
CE	0.283	+1.4	7.01E-08	0	0.00E+00
CD	0.200	-0.95	-3.36E-08	-0.707	2.38E-08
DE	0.200	-0.97	-3.43E-08	0	0.00E+00
BD	0.200	-1.97	-6.97E-08	-0.707	4.93E-08
BC	0.283	-0.02	-1.00E-09	+1.000	-1.00E-09
AD	0.283	1.48	7.41E-08	+1.000	7.41E-08
CA	0.200	+0.93	3.29E-08	-0.707	-2.33E-08

Trabajo virtual interno total realizado=  $8,4 \times 10^{-7}$  Nm

Según el principio del trabajo virtual:

$$W_{ext} = W_{int}$$

donde  $W_{ext}$ = trabajo virtual externo total realizado y  $W_{int}$ = trabajo virtual interno total.

En este caso:

$$1 \times \Delta = 1.00E-09$$

donde  $\Delta$ = deformación del miembro BC.

Por lo tanto:

$$= \Delta \times 10^{-9}m$$

# Folleto para el alumno

**Investigación A - Carga aplicada a la junta E**

**Medidas**

Carga		Miembro						
Masa en g	Peso <b>W</b> en N	<b>CE</b> (LCD 1) FCE en N	<b>CD</b> (LCD 2) FCD en N	<b>DE</b> (LCD 3) FDE en N	<b>BD</b> (LCD 4) FBD en N	<b>BC</b> (LCD 5) <b>No en USO</b>	<b>AD</b> (LCD 6) FAD en N	<b>AC</b> (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

Ángulo  $\theta$  entre los largueros del bastidor en la junta **E**= .....

Longitud del miembro **DE**, **X**= .....

Longitud del miembro **CD**, **Y**= .....

**Cálculos**

Carga		Miembro						
Masa en g	Peso <b>W</b> en N	<b>CE</b> (LCD 1) FCE en N	<b>CD</b> (LCD 2) FCD en N	<b>DE</b> (LCD 3) FDE en N	<b>BD</b> (LCD 4) FBD en N	<b>BC</b> (LCD 5) <b>No en USO</b>	<b>AD</b> (LCD 6) FAD en N	<b>AC</b> (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							



**Investigación B - Carga aplicada a la junta D**

**Calculado**

Carga		Miembro						
Masa en g	Peso <b>W</b> en N	CE (LCD 1) FCE en N	CD (LCD 2) FCD en N	DE (LCD 3) FDE en N	BD (LCD 4) FBD en N	BC (LCD 5) FBC en N <b>No en USO</b>	AD (LCD 6) FAD en N	AC (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

**Investigación C - Cargas múltiples**

**Medido**

Carga					Miembro						
1 Masa en g	1 Peso <b>W<sub>1</sub></b> en N	2 Masa en g	2 Peso <b>W<sub>2</sub></b> en N	2 ángulo $\alpha$	CE (LCD 1) FCE en N	CD (LCD 2) FCD en N	DE (LCD 3) FDE en N	BD (LCD 4) FBD en N	BC (LCD 5) FBC en N <b>No en USO</b>	AD (LCD 6) FAD en N	AC (LCD 7) FAC en N
100	0.98	300	2.94	90							
100	0.98	300	2.94	45							
300	2.94	100	0.98	90							
300	2.94	100	0.98	45							

**Calculado**

Carga					Miembro						
1 Masa en g	1 Peso <b>W<sub>1</sub></b> en N	2 Masa en g	2 Peso <b>W<sub>2</sub></b> en N	2 ángulo $\alpha$	CE (LCD 1) FCE en N	CD (LCD 2) FCD en N	DE (LCD 3) FDE en N	BD (LCD 4) FBD en N	BC (LCD 5) FBC en N <b>No en USO</b>	AD (LCD 6) FAD en N	AC (LCD 7) FAC en N
100	0.98	300	2.94	90							
100	0.98	300	2.94	45							
300	2.94	100	0.98	90							
300	2.94	100	0.98	45							



**Investigación D - Celosía redundante - carga aplicada a la junta E**

**Medidas**

Carga		Miembro						
Masa en g	Peso <b>W</b> en N	<b>CE</b> (LCD 1) FCE en N	<b>CD</b> (LCD 2) FCD en N	<b>DE</b> (LCD 3) FDE en N	<b>BD</b> (LCD 4) FBD en N	<b>BC</b> (LCD 5) FBC en N	<b>AD</b> (LCD 6) FAD en N	<b>AC</b> (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

**Cálculos**

Carga		Miembro						
Masa en g	Peso <b>W</b> en N	<b>CE</b> (LCD 1) FCE en N	<b>CD</b> (LCD 2) FCD en N	<b>DE</b> (LCD 3) FDE en N	<b>BD</b> (LCD 4) FBD en N	<b>BC</b> (LCD 5) FBC en N	<b>AD</b> (LCD 6) FAD en N	<b>AC</b> (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

Comenta la comparación entre estos resultados y los de la cercha perfecta.

.....

.....

.....

.....

.....

**Investigación E - Celosía redundante - carga aplicada a la junta D**

**Medidas**

Carga		Miembro						
Masa en g	Peso <b>W</b> en N	<b>CE</b> (LCD 1) FCE en N	<b>CD</b> (LCD 2) FCD en N	<b>DE</b> (LCD 3) FDE en N	<b>BD</b> (LCD 4) FBD en N	<b>BC</b> (LCD 5) FBC en N	<b>AD</b> (LCD 6) FAD en N	<b>AC</b> (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

**Cálculos**

Carga		Miembro						
Masa en g	Peso <b>W</b> en N	<b>CE</b> (LCD 1) FCE en N	<b>CD</b> (LCD 2) FCD en N	<b>DE</b> (LCD 3) FDE en N	<b>BD</b> (LCD 4) FBD en N	<b>BC</b> (LCD 5) FBC en N	<b>AD</b> (LCD 6) FAD en N	<b>AC</b> (LCD 7) FAC en N
100	0.98							
140	1.37							
180	1.77							
220	2.16							
260	2.55							
300	2.94							

Comenta la comparación entre estos resultados y los de la cercha perfecta.

.....

.....

.....

.....

.....



**Investigación F - Celosía redundante - Cargas múltiples**

**Medido**

Carga					Miembro						
1 Masa en g	1 Peso $W_1$ en N	2 Masa en g	2 Peso $W_2$ en N	2 ángulo $\alpha$	CE (LCD 1) FCE en N	CD (LCD 2) FCD en N	DE (LCD 3) FDE en N	BD (LCD 4) FBD en N	BC (LCD 5) FBC en N	AD (LCD 6) FAD en N	AC (LCD 7) FAC en N
100	0.98	300	2.94	90							
100	0.98	300	2.94	45							
300	2.94	100	0.98	90							
300	2.94	100	0.98	45							

**Calculado**

Carga					Miembro						
1 Masa en g	1 Peso $W_1$ en N	2 Masa en g	2 Peso $W_2$ en N	2 ángulo $\alpha$	CE (LCD 1) FCE en N	CD (LCD 2) FCD en N	DE (LCD 3) FDE en N	BD (LCD 4) FBD en N	BC (LCD 5) FBC en N	AD (LCD 6) FAD en N	AC (LCD 7) FAC en N
100	0.98	300	2.94	90							
100	0.98	300	2.94	45							
300	2.94	100	0.98	90							
300	2.94	100	0.98	45							

Comenta la comparación entre estos resultados y los de la cercha perfecta.

.....

.....

.....

.....

.....