

MATRIX | STRUCTURES

Bending Stress



MATRIX

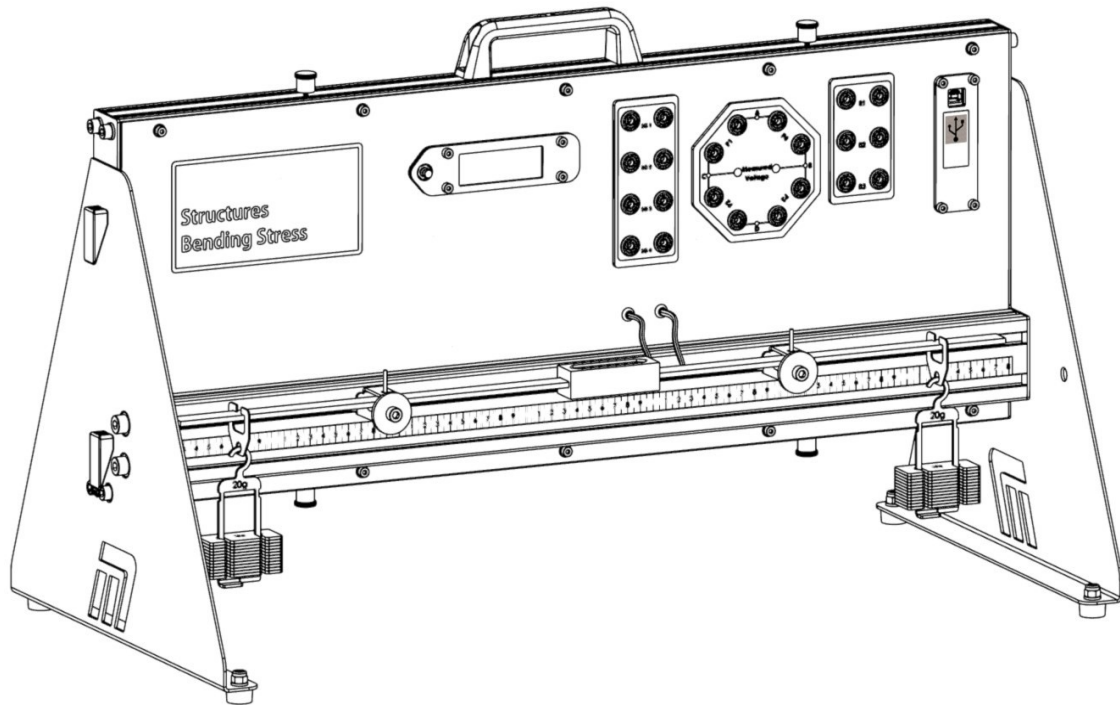
CP1877

www.matrixtsl.com

Copyright © 2021 Matrix Technology Solutions Limited

Contrainte de flexion

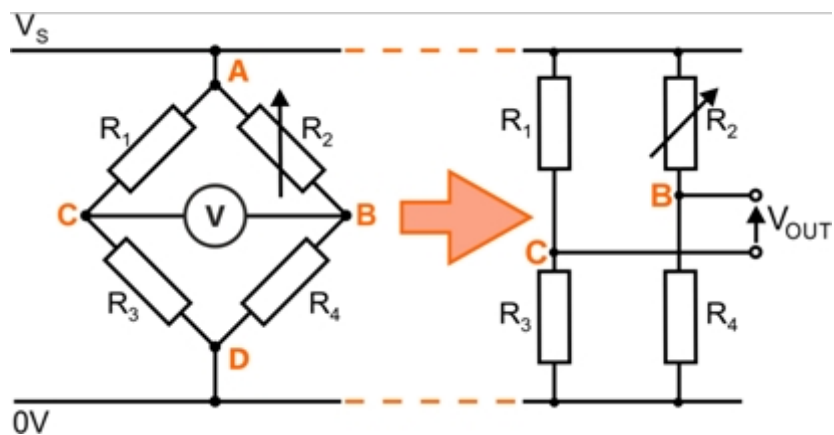
	Introduction	3
Fiche de travail 1 -	Le quart de pont	7
Fiche de travail 2 -	Le demi-pont	9
Fiche de travail 3 -	Le pont complet	11
Fiche de travail 4 -	Prévoir le résultat	13
	Document de l'élève	17



Contexte :

Tout commence par le circuit du pont de Wheatstone. Inventé vers 1840, ce circuit, nommé d'après le physicien anglais Charles Wheatstone, permettait de mesurer une résistance électrique inconnue.

Il se compose de quatre résistances connectées comme deux diviseurs de tension. L'une d'entre elles, disons R_1 , est la résistance inconnue. Deux versions du schéma de circuit sont présentées ci-dessous :



La résistance variable, R_2 , est ajustée jusqu'à ce que le pont soit "équilibré", c'est-à-dire que la tension de sortie V_{OUT} est égal à zéro.

Dans cet état :

la tension en **C** = la tension en **B**

En d'autres termes,

$$\frac{V_{XS}}{R_1 + R_3} = \frac{R_3}{R_2 + R_4} = \frac{V_{XS}}{R_2 + R_4}$$

ou

$$\frac{R_3}{R_1 + R_3} = \frac{R_4}{R_2 + R_4}$$

ce qui conduit à la formule :

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$$

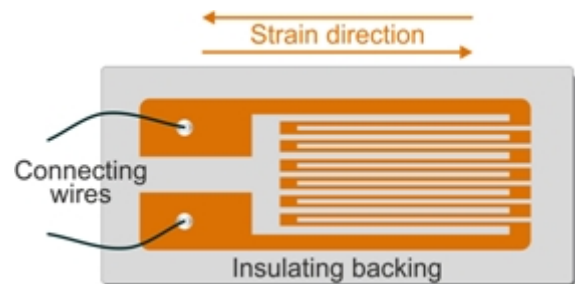
à partir de laquelle la valeur de la résistance inconnue peut être obtenue.

Contexte

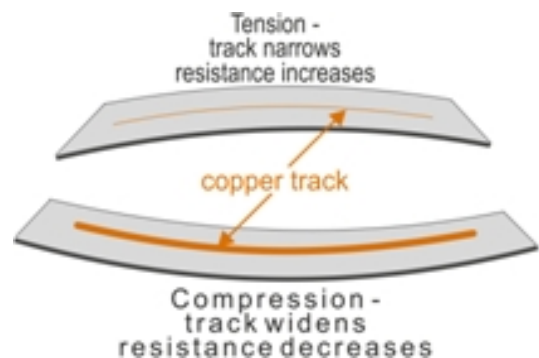
Le circuit peut être modifié en un circuit de pont à jauges de contrainte.

Une jauge de contrainte est un capteur dont la résistance varie lorsqu'il est étiré ou comprimé, c'est-à-dire lorsqu'il subit une déformation. Elle est largement utilisée en ingénierie pour mesurer les forces et les poids, dans les cellules de charge, par exemple.

Une forme de jauge de contrainte est illustrée dans le diagramme ci-contre.

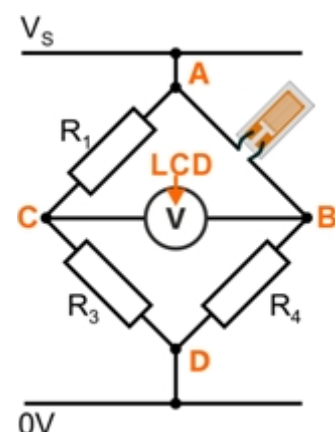


Comme la résistance d'un conducteur dépend de sa longueur et de sa section, la résistance d'une jauge de contrainte change lorsqu'elle est déformée. Cependant, ce changement peut ne représenter que quelques pour cent de sa résistance nominale et un circuit de pont est donc nécessaire pour fournir la précision nécessaire à son contrôle.



La jauge de contrainte remplace l'une des résistances du circuit en pont. La tension de sortie, affichée sur l'écran LCD, est une mesure de la tension qu'elle subit.

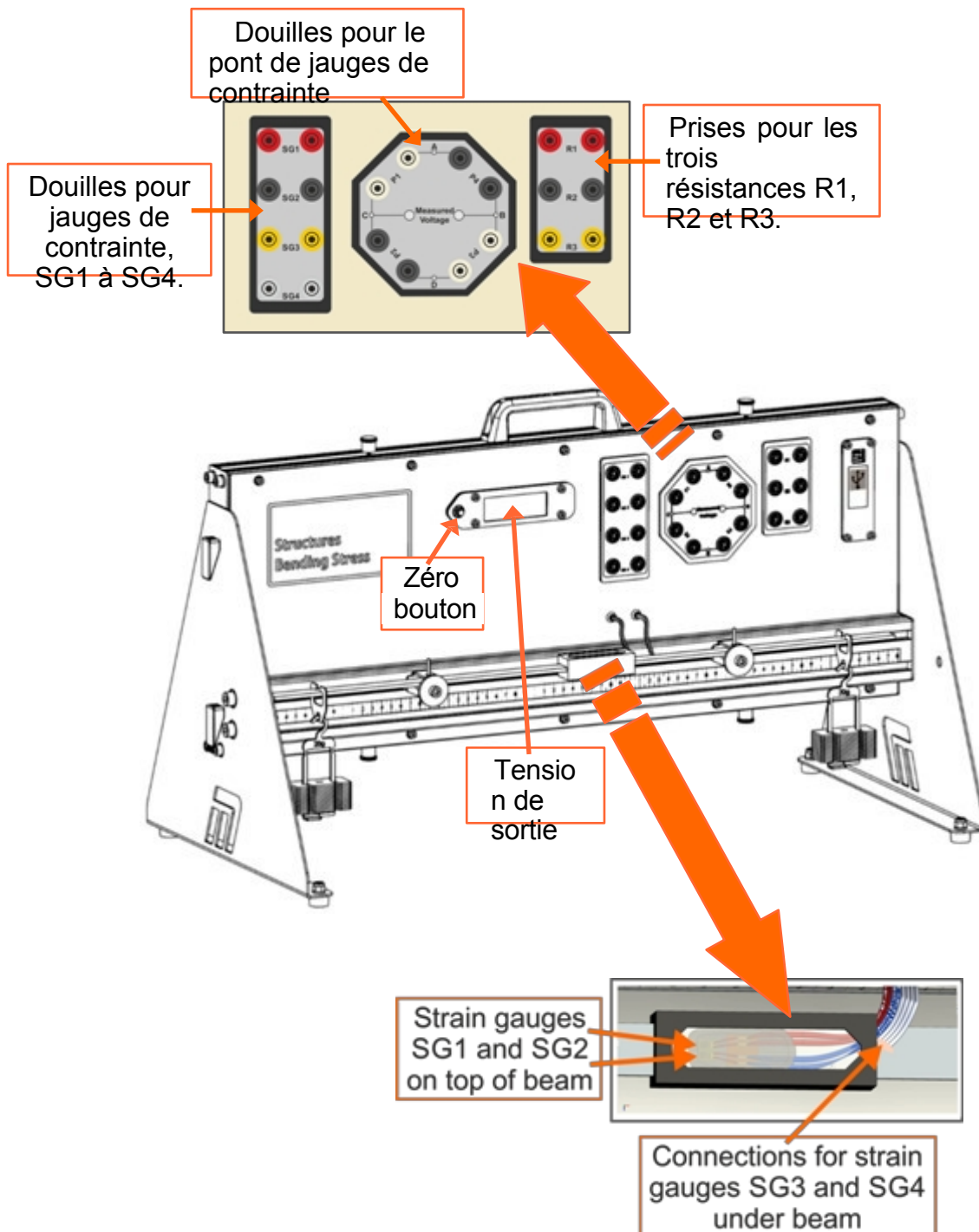
Typiquement, R_4 est choisi pour avoir une valeur égale à la résistance de la jauge de contrainte lorsqu'aucune force n'est appliquée. Les deux autres résistances (R_1 et R_3) sont égales. Par conséquent, le pont sera équilibré lorsque la force appliquée à la jauge de contrainte est nulle.



L'appareil :

consiste en une poutre, soutenue en deux points, avec un bloc de quatre jauges de contrainte en son centre, deux collées sur le dessus de la poutre et deux collées en dessous.

L'appareil est conçu pour fonctionner avec une alimentation de 5 V. Cela signifie qu'un câble USB branché sur un ordinateur ou une prise suffit. Cela signifie qu'un câble USB branché sur un ordinateur ou une prise de courant suffit. Le logiciel d'acquisition de données ne fonctionne que par l'intermédiaire de l'ordinateur. Il est donc recommandé de brancher le câble USB sur l'ordinateur qui exécute le logiciel. Toutefois, si vous souhaitez

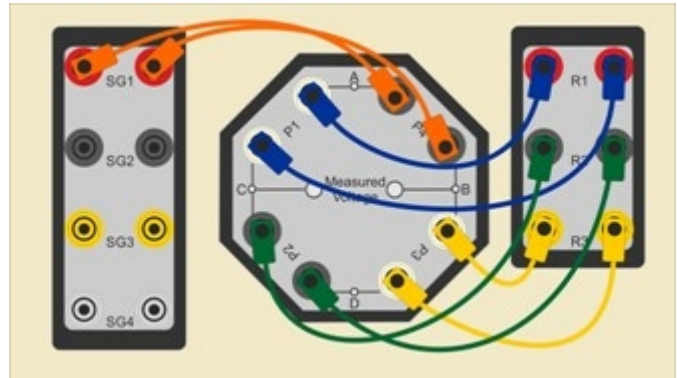


réaliser l'expérience sans le logiciel, vous devrez vous procurer une prise USB correspondant au style de prise local.

Le pont en quart de cercle est le type le plus simple de pont à jauges de contrainte.

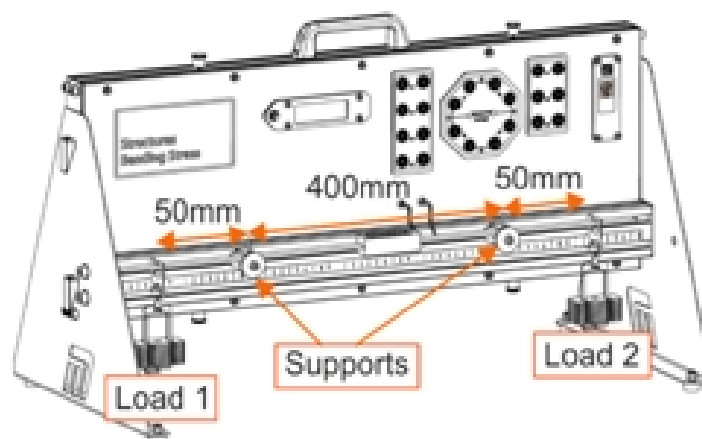
Il s'agit de celui qui figure sur le schéma du circuit au bas de la page 5. L'une des quatre résistances du pont de Wheatstone est remplacée par une jauge de contrainte.

L'image ci-contre montre une façon de mettre en œuvre ceci.



À vous de jouer :

- Effectuer les connexions suivantes :
 - prises à jauges de contrainte **SG1 à P4** ;
 - résistance **R1** aux prises **P1** ;
 - résistance **R2** aux prises **P2** ;
 - résistance **R3** aux prises **P3**.
- Mettez l'équipement sous tension en connectant le port USB situé à l'extrémité droite du panneau à un port PC ou à une source d'alimentation enfichable, à l'aide du câble USB fourni. En cas de connexion via un port PC, les données peuvent être envoyées directement dans un tableur.
- Comme le montre le schéma, les supports sont placés à 400 mm les uns des autres. Placez une plaque de suspension et une suspension de masse vide à 50 mm de chaque support.



- Appuyez sur le bouton de l'écran LCD pour mettre l'appareil à zéro.

Le quart de pont

Cela permet d'éliminer le poids de la poutre et des autres composants dans les calculs ultérieurs.

À vous de jouer

- Ajoutez soigneusement une masse de 20 g à chaque cintre.
- Enregistrez la lecture de l'écran LCD dans la première ligne du tableau de la fiche de l'élève ou sur une feuille de calcul. (L'écran LCD devient vert lorsque la mesure s'est stabilisée).
- Continuer ainsi, en ajoutant des masses de 20 g à chacun des supports de masse et en enregistrant les relevés de l'écran LCD à chaque fois, jusqu'à une charge totale maximale de 400 g (200 g sur chaque support).
- Consignez tous les résultats dans le document de l'élève ou sur une feuille de calcul.
- Remplacer alors la jauge de contrainte **SG1** par la jauge de contrainte **SG2** et répéter la procédure.
- Procédez ensuite de la même manière pour les jauges de contrainte **SG3** et **SG4**.
- Tracez les graphiques de la lecture de l'écran LCD en fonction de la charge **totale** suspendue pour les quatre jauges de contrainte, sur le même ensemble d'axes que celui fourni dans le document de l'élève. Les résultats doivent suggérer une relation linéaire pour chaque graphique.
- Répondez à la question concernant la polarité des relevés de la cellule de charge.

Et alors ?

La configuration en quart de pont, avec une seule jauge de contrainte, fournit des informations utiles sur la déformation, mais elle est limitée à la déformation dans une seule direction.

Les jauges de contrainte sont affectées par les changements de température. Leurs fils de résistance se dilatent ou se contractent. En conséquence, leur résistance change, ce qui affecte la précision des résultats.

Une autre limitation du quart de pont est qu'il ne peut pas fournir de compensation de température.

Défi :

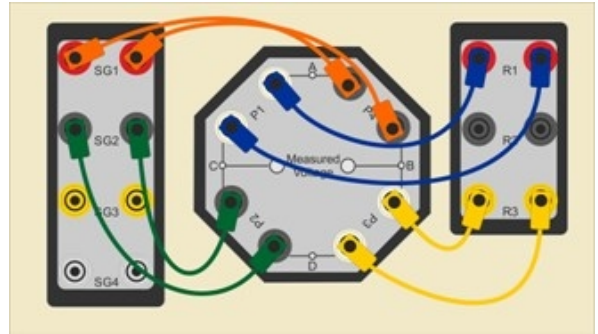
- Examinez ce qui se passe lorsque vous placez la jauge de contrainte **SG1** dans chacune des quatre positions, **P1**, **P2**, **P3** et **P4**, tour à tour, (en conservant les résistances dans les trois autres emplacements du pont).
- Commentez vos résultats dans la fiche de l'élève.

Fiche de travail 2

Le demi-pont

La configuration suivante utilise deux jauges de contrainte connectées comme indiqué dans le réseau en pont.

Dans les applications réelles, cette disposition offre une plus grande sensibilité à la contrainte appliquée et permet une compensation de la température.



À vous de jouer :

- Effectuer les connexions suivantes :
 - prises à jauges de contrainte **SG1** à **P4** ;
 - résistance **R1** aux prises **P1** ;
 - douilles à jauges de contrainte **SG2** à **P2** ;
 - résistance **R3** aux prises **P3**.
- L'enquête reflète celle de la fiche de travail 1.

Après la mise à zéro de l'écran LCD, des masses à fente sont ajoutées aux deux supports de masse, 20 g à la fois jusqu'à un total de 400 g (200 g sur chaque support). Les lectures de l'écran à cristaux liquides qui en résultent sont enregistrées.

- Tracez les graphiques de la lecture de l'écran LCD en fonction de la charge **totale** suspendue pour le demi-pont, sur les axes fournis dans le document de l'élève. Une fois de plus, les résultats devraient indiquer une relation linéaire.

Fiche de travail 2

Le demi-pont

Et alors ?

Le réseau en demi-pont offre une plus grande sensibilité aux contraintes de flexion. Les deux jauges de contrainte changent toutes deux de résistance, ce qui double la tension de sortie. (Vous pouvez le constater en comparant les gradients des graphiques pour le quart de pont et le demi-pont).

Le réseau en demi-pont permet également de compenser les variations de température. Les deux jauges de contrainte sont soumises aux mêmes variations de température et se dilatent ou se contractent de la même manière. Lorsqu'elles sont placées de part et d'autre du réseau de ponts, ces variations s'annulent.

Le fait de placer les jauges de contrainte parallèlement l'une à l'autre permet de mesurer la contrainte longitudinale mais pas la charge axiale. Pour ce faire, une jauge de contrainte est placée à angle droit par rapport à l'autre.

Défi :

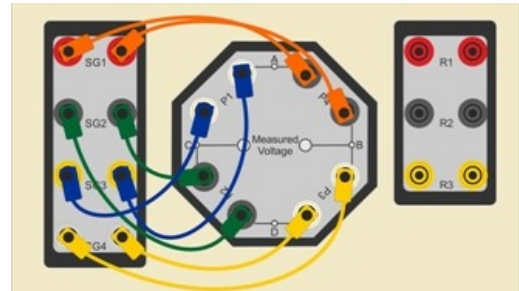
- Étudier l'effet du placement des jauges de contrainte **SG1** et **SG2** à d'autres endroits du réseau de ponts.
- Commentez vos résultats dans la fiche de l'élève.

Fiche de travail 3

Le pont complet

La configuration suivante utilise les quatre jauges de contrainte (et aucune résistance) connectées comme indiqué dans ce que l'on appelle un réseau en pont complet.

Son avantage est une sensibilité accrue.



À vous de jouer :

- Effectuer les connexions suivantes :
 - prises pour jauges de contrainte **SG1** à **P4** ;
 - jauges de contrainte **SG3** aux prises **P1** ;
 - douilles à jauges de contrainte **SG2** à **P2** ;
 - jauges de contrainte **SG4** à prises **P3**.
- Là encore, la procédure est la même que celle de la fiche 1.

Après la mise à zéro de l'écran LCD, des masses à fente sont ajoutées aux deux supports de masse, 20 g à la fois jusqu'à un total de 400 g (200 g sur chaque support). Les lectures de l'écran à cristaux liquides qui en résultent sont enregistrées.
- Tracez les graphiques de la lecture de l'écran LCD en fonction de la charge **totale** suspendue pour le pont complet, sur les axes fournis dans le document de l'élève.

Là encore, les résultats devraient indiquer une relation linéaire.

Fiche de travail 3

Le pont complet

Et alors ?

Le pont complet a un signal de sortie encore plus élevé, doublant la sensibilité du demi-pont.

Les quatre jauges de contrainte sont soumises aux mêmes variations de température et l'effet de la température sur la tension de sortie du pont est encore réduit.

L'inconvénient du réseau de pont complet peut être sa taille. Dans certaines situations, il n'est pas possible de fixer quatre jauges de contrainte à l'endroit approprié de la structure.

Défi :

- Examinez les graphiques des fiches de travail 1, 2 et 3 pour les performances du quart de pont, du demi-pont et du pont complet.

Estimez les gradients pour chacun d'entre eux et complétez le tableau de la fiche de l'élève avec vos résultats.

- Ces résultats permettent de comparer les sensibilités des trois types de réseaux de ponts. Commentez votre comparaison dans la fiche de l'élève.

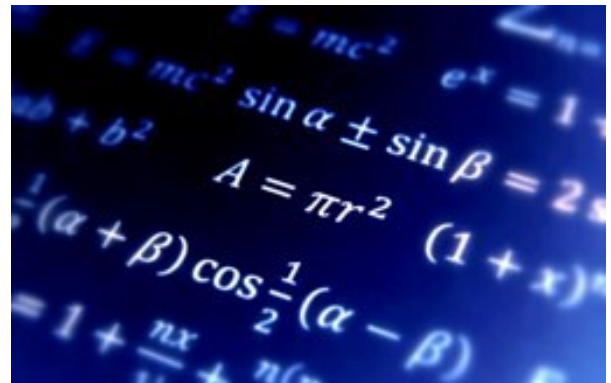
Fiche de travail 4

Prévoir le résultat

La mesure des effets de la contrainte de flexion sur un équipement pratique peut être directe, réelle et immédiate.

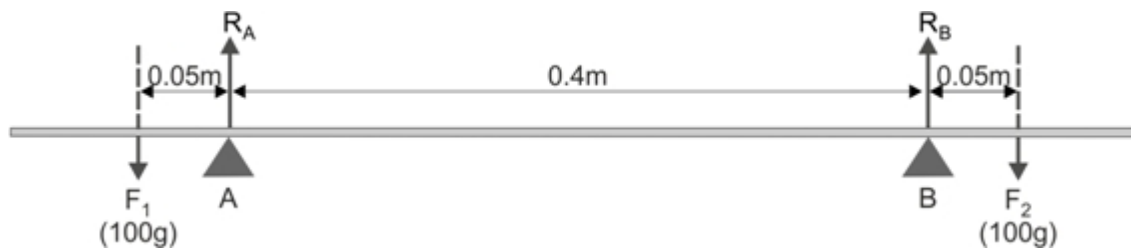
Cependant, il est rassurant de pouvoir confirmer les résultats par la théorie.

Il s'agit d'appliquer les concepts et les formules standard de l'ingénierie mécanique.



Les seules forces agissant sur la poutre sont les réactions R_A et R_B sur les appuis et les deux poids F_1 et F_2 sur les suspensions de masse.

Voici le diagramme de corps libre du système lorsque la charge totale sur la poutre est de 200g.



En utilisant $F = m \times g$

où F = force de gravité sur un corps, m = sa masse (= 0,1kg)

g = intensité du champ gravitationnel (= $9,8 \text{N.kg}^{-1}$)

$$F_1 = F_2 = 0,1 \times 9,8 = 0,98 \text{N}$$

Le système est en équilibre.

Les conditions suivantes doivent donc s'appliquer :

1. la somme des forces verticales est nulle ;
2. la somme des forces horizontales est nulle (mais ici il n'y a pas de forces horizontales) ;
3. la somme des moments des forces autour d'un point quelconque est nulle.

Fiche de travail 4

Prévoir le résultat

La **condition 1** nous donne l'équation suivante

$$R_A + R_B = F_1 + F_2 = 0,98 + 0,98 = 1,96N$$

Application de la **condition 3** :

Prendre des moments de soutien **A** :

$$F_2 \times 0,45 = (F_1 \times 0,05) + (R_B \times 0,4)$$

$$0,98 \times 0,45 = (0,98 \times 0,05) + (R_B \times 0,4)$$

$$R_B = 0,98N$$

À partir de la condition 1 : $R_A = 1,96 - R_B = 0,98N$

Ensuite, nous calculons les **moments de flexion** M_A et M_B aux appuis **A** et

B. A l'appui **A**: $M_A + F_1 \times 0,05 = 0$

$$M_A = -0,98 \times 0,05 = -0,049Nm$$

Comme la poutre est en équilibre, il s'y oppose un moment de flexion égal au niveau de l'appui **B**.

D'où : $M_B = +0,049Nm$

La **dévi**ation maximale de la poutre, δ_{max} , est donnée par la formule :

$$\delta_{max} = \frac{M \times L^2}{8 \times E \times I}$$

où **M** = moment de flexion (= 0,049Nm)

L = distance entre les supports (= 0,4 m)

E = Module d'Young (= 73GPa)

I = deuxième moment d'inertie de la poutre (= $6,914 \times 10 \text{ m}^{-114}$)

$$\delta_{max} = \frac{0,049 \times 0,4^2}{8 \times 73 \times 10^9 \times 6.914 \times 10^{-11}}$$
$$= 0,19 \text{ mm}$$

Fiche de travail 4

Prévoir le résultat

En utilisant ensuite la formule de la **contrainte**, σ :

$$\sigma = \frac{M \times y}{I} \quad \text{où } y = \text{distance de l'axe neutre} = 0,00185\text{m}$$

Dans ce cas, y est égal à la moitié de la hauteur de la poutre, soit 3,7 mm.

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{0,049 \times 0,00185}{6,914 \times 10^{-11}} \\ &= 1,31\text{MPa} \end{aligned}$$

D'après la définition du module d'Young, la **déformation en traction** $\epsilon = \frac{\sigma}{E}$ = $1,31 \times 10^6$

$$= \frac{1,31 \times 10^6}{73 \times 10^9} = 1,8 \times 10^{-5}$$

Par définition, le **facteur de jauge**, **GF**, est le rapport de la variation relative de la résistance électrique

à la contrainte mécanique,

c'est-à-dire

$$\text{GF} = \frac{\Delta R / R}{\epsilon}$$

Les jauges de contrainte utilisées dans cet appareil ont un facteur de jauge de 2,03 et une résistance de 350Ω . Par conséquent, la **variation de la résistance**, ΔR , attendue de la contrainte appliquée σ est :

$$\Delta R = \epsilon \times R \times \text{GF} = 1,8 \times 10^{-5} \times 350 \times 2,03 = 0,013\Omega$$

Fiche de travail 4

Prévoir le résultat

Lorsqu'elle est soumise à cette contrainte, la jauge de contrainte présente alors une résistance,

$$R_{SG} = (350 + 0,013) = 350,013\Omega.$$

R_{SG} , de

Il est en série avec une résistance de 350Ω , R , et ensemble ils partagent l'alimentation

de $5V$. Sans contrainte, $V_{OUT} = 2,5V$

Lorsque la contrainte de flexion est appliquée, la tension de sortie passe à

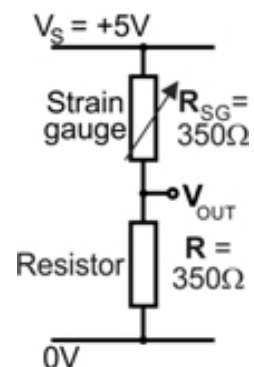
$$V'_{OUT} = V_S \times R / (R + R_{SG}) = 5 \times 350 / (350 + 350.013) \\ = 2.49995V$$

La **variation de la tension de sortie**, ΔV , causée par la contrainte de flexion est donnée par la formule suivante

$$\Delta V = (2,5 - 2,49995) = 0,00005V = 0,05mV$$

Défi :

- Répétez ces étapes pour des charges totales de $80g$ et $320g$ pour obtenir le résultat suivant le changement théorique de la lecture de l'écran LCD pour ces charges.
- Complétez le tableau de la fiche de l'élève avec vos résultats.
- Comparez ces résultats avec ceux obtenus expérimentalement dans la fiche de travail 1.
- Commentez cette comparaison et l'importance des erreurs de lecture dans la fiche de l'élève.



Document de l'élève

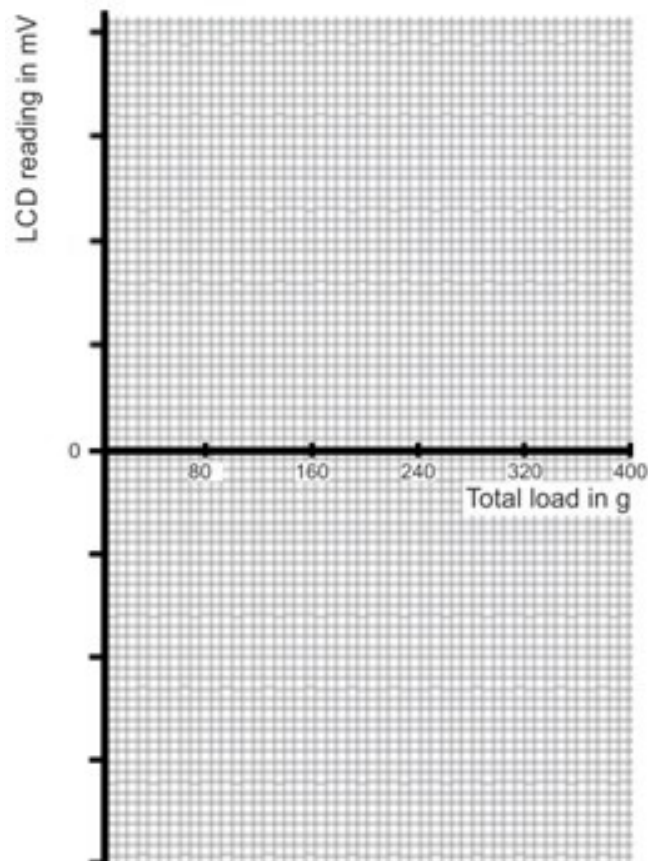
Document de l'élève

Fiche de travail 1 - Le quart de pont

Masse totale en g	Lecture de l'écran LCD en mV			
	SG1	SG2	SG3	SG4
40				
80				
120				
160				
200				
240				
280				
320				
360				
400				

Lecture de l'écran LCD par rapport au graphique de la charge totale :

Reprenez vos résultats pour les quatre jauges de contrainte sur le même ensemble d'axes. Choisissez une échelle appropriée pour l'axe "Lecture LCD".



Document de l'élève

Feuille de travail 1

Pourquoi la polarité de la lecture de l'écran LCD change-t-elle pour certaines jauges de contrainte ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Défi :

Que se passe-t-il lorsque vous connectez la jauge de contrainte **SG1** à chacune des quatre positions autour du réseau de ponts ?

Commentez vos résultats.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

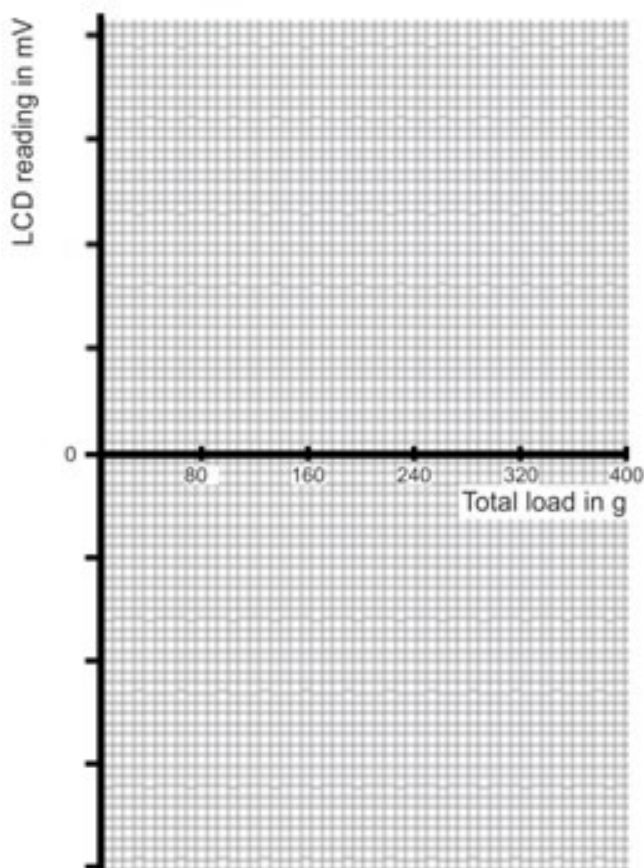
Document de l'élève

Fiche de travail 2 - Le demi-pont

Masse totale en g	Lecture de l'écran LCD en mV
40	
80	
120	
160	
200	
240	
280	
320	
360	
400	

Lecture de l'écran LCD par rapport au graphique de la charge totale :

Représentez vos résultats pour le demi-pont sur les axes ci-dessous. Choisissez une échelle appropriée pour l'axe "Lecture LCD".



Document de l'élève

Fiche de travail 3 - Le pont complet

Masse totale en g	Lecture de l'écran LCD en mV
40	
80	
120	
160	
200	
240	
280	
320	
360	
400	

Lecture de l'écran LCD par rapport au graphique de la charge totale :

Représentez vos résultats pour le pont complet sur les axes ci-dessous. Choisissez une échelle appropriée pour l'axe "Lecture LCD".

