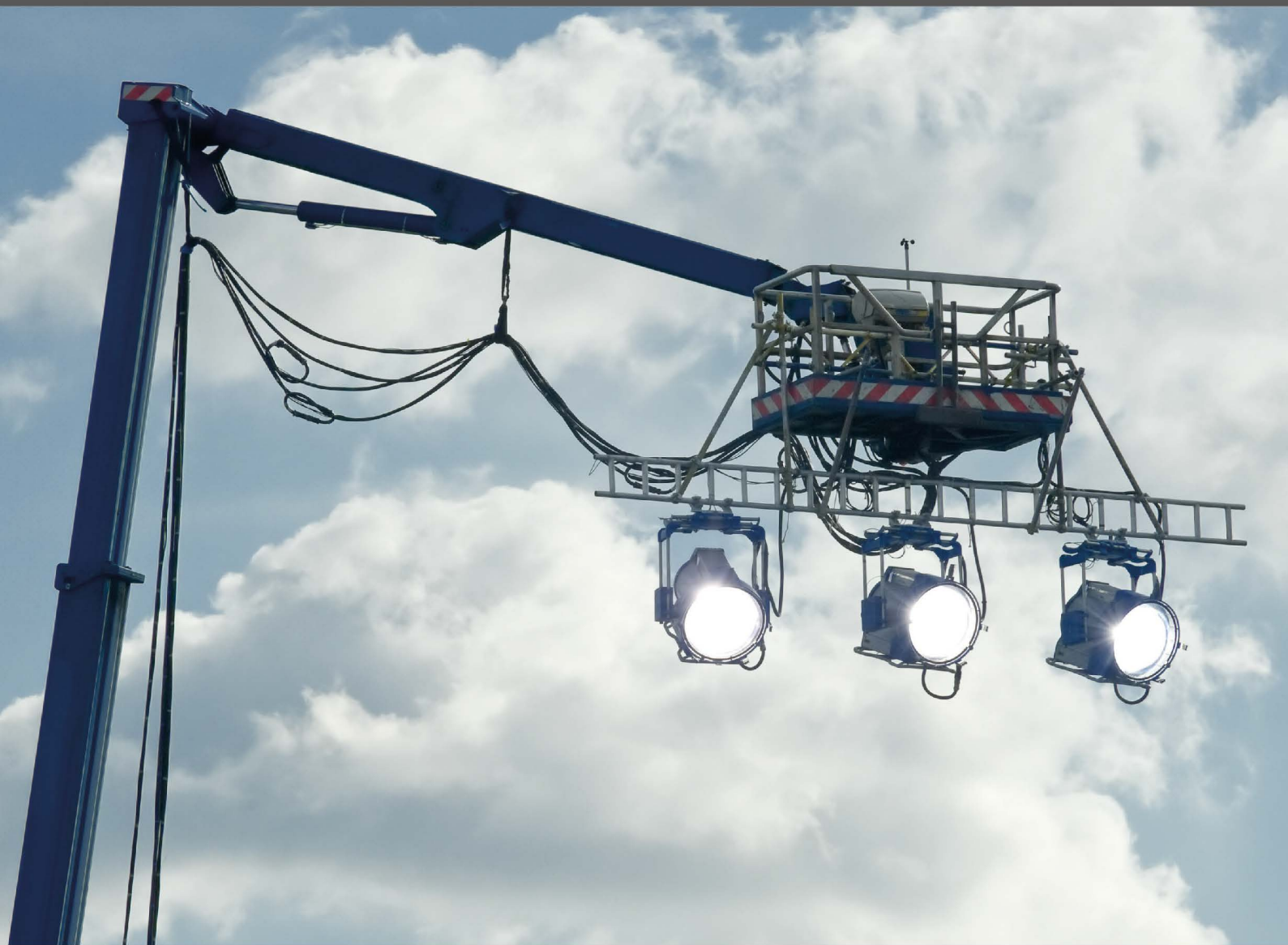




MATRIX | STRUCTURES

Deflection of Beams



MATRIX

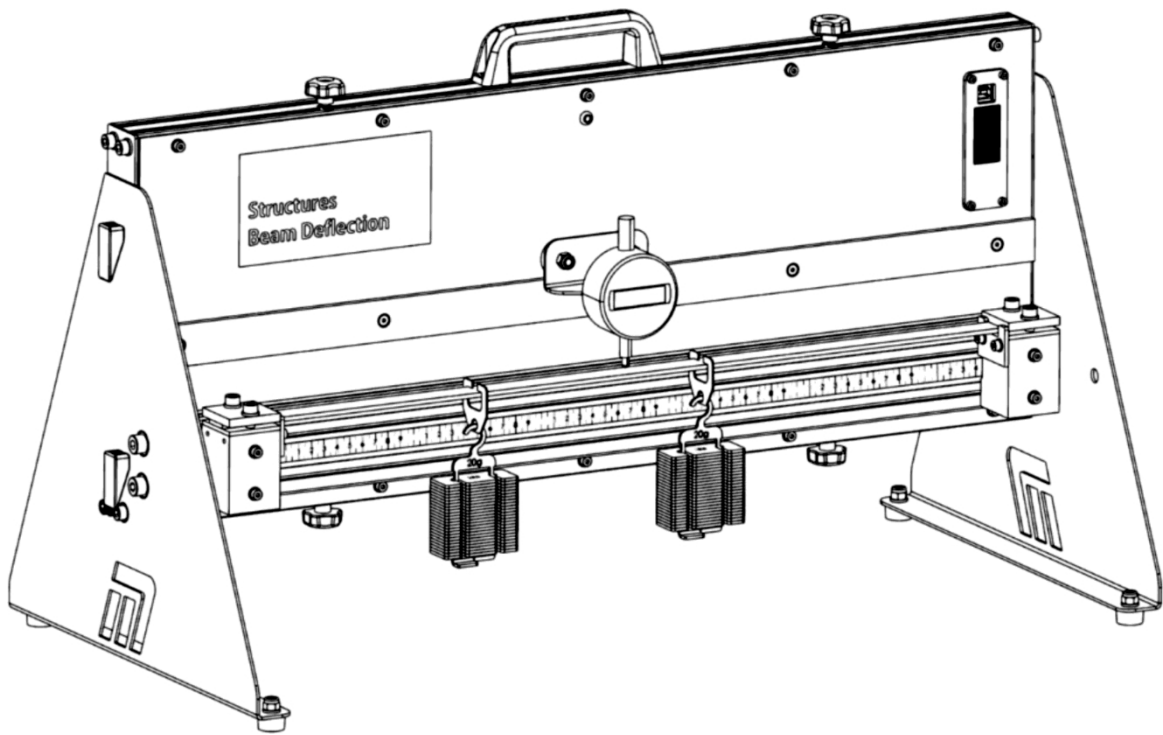
CP1879

www.matrixtsl.com

Copyright © 2021 Matrix Technology Solutions Limited

Déviation d'une poutre

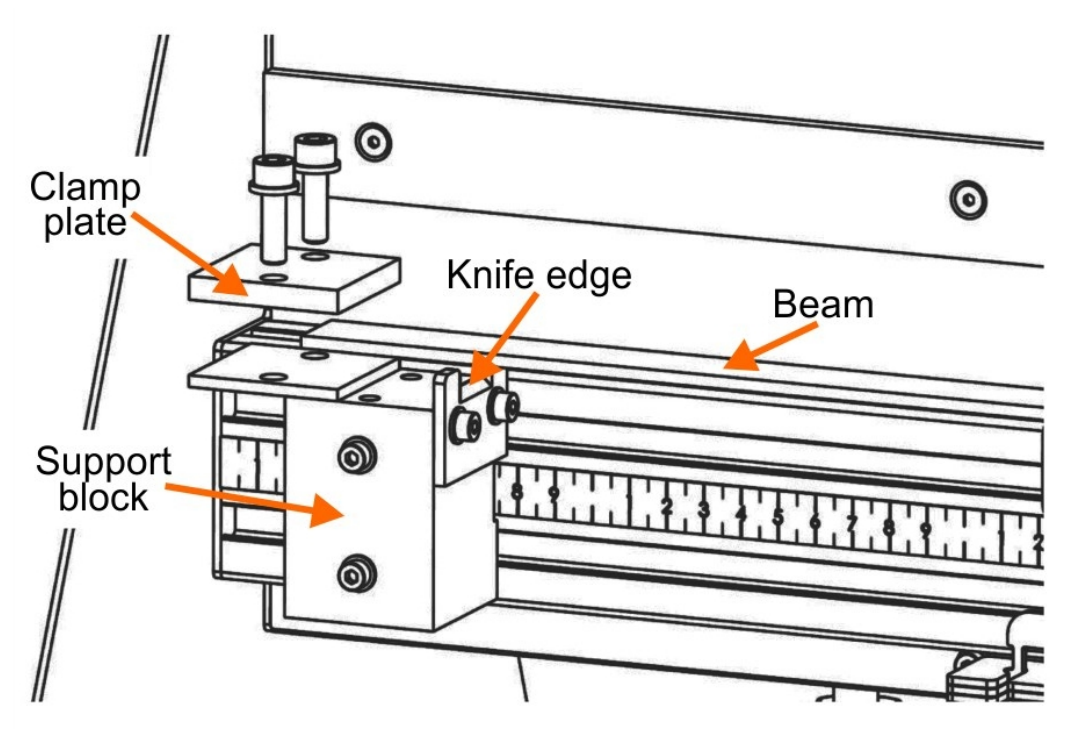
	Introduction	3
Fiche de travail 1 -	Effet de la charge	6
Fiche de travail 2 -	Effet du matériel	8
Fiche de travail 3 -	Effet du profil	11
Fiche de travail 4 -	Effet des soutiens	12
Fiche de travail 5 -	Effet de la longueur	14
	Document de l'élève	15



L'appareil :

L'appareil est conçu pour fonctionner avec une alimentation de 5 V. Cela signifie qu'un câble USB branché sur un ordinateur ou une prise suffit. Cela signifie qu'un câble USB branché sur un ordinateur ou une prise de courant suffit. Le logiciel d'acquisition de données ne fonctionne que par l'intermédiaire de l'ordinateur. Il est donc recommandé de brancher le câble USB sur l'ordinateur qui exécute le logiciel. Toutefois, si vous souhaitez réaliser l'expérience sans le logiciel, vous devrez vous procurer une prise USB correspondant au style de prise local.

Vue rapprochée du mécanisme de support de la poutre



Desserrer les boulons du bloc de support, pour faire glisser le support de gauche à droite afin de modifier la distance.

Retirer les plaques de serrage pour supprimer l'option de support fixe.

Faites glisser la plaque du bord du couteau vers le haut et vers le bas pour ajouter le support simple à l'aide des deux boulons.

Des supports simples :

- Mettre en place un support de bord de couteau par :
 - en retirant les vis qui maintiennent la plaque de serrage sur le bloc de support ;
 - en soulevant la plaque de serrage ;
 - en desserrant les boulons sur le côté du bloc de support et en faisant glisser la lame de couteau vers le haut.
jusqu'à ce que le bord du couteau dépasse le bord du bloc.
- Desserrez légèrement les boulons à l'avant du bloc de support et faites glisser le bloc sur le côté jusqu'à la position souhaitée.

Supports fixes :

- Retirez la plaque de lames en la rétractant complètement.
- Placer la poutre en position sur le bloc de support.
- Remettre en place l'entretoise et la plaque de serrage et les serrer uniformément des deux côtés de la poutre.

Jauge à cadran :

- Fixer le comparateur au support et le fixer au centre de la poutre de manière à ce que sa pointe inférieure repose légèrement sur celle-ci.
- Les aimants du support du comparateur peuvent être déplacés latéralement pour ajuster la position du comparateur.

Précautions :

- Mettez à zéro l'affichage du comparateur à l'aide des boutons de l'instrument afin d'éliminer les masses de la poutre et du cintre vide dans les calculs ultérieurs.
- Tapez doucement sur le banc pour réduire l'effet de la friction sur la déflexion.

Fiche de travail 1

Effet de la charge

Cette étude examine le degré de flexion d'une poutre lorsqu'elle est soumise à différentes charges.

Pour l'ingénieur, il peut s'agir d'un aspect vital de la conception - pour les ponts, les bâtiments, les machines, etc.

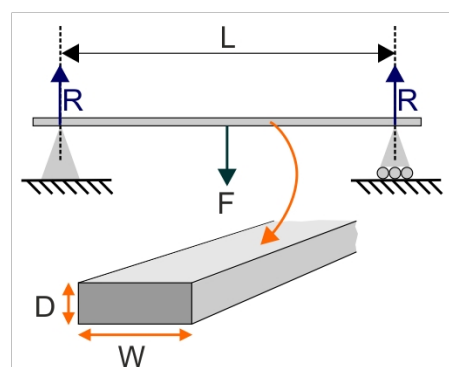
La photographie montre une partie d'une poutre utilisée dans un pont.

La forme incurvée est conçue pour rendre le produit plus rigide lorsqu'il est chargé et pour simplifier la manière dont il est soutenu à ses extrémités.



À vous de jouer :

- Placez des supports simples aux deux extrémités de l'appareil, séparés par une distance de 400 mm.
- Utilisez un pied à coulisse pour mesurer les dimensions de la poutre en aluminium 1 et placez-la au centre des supports.
- Notez vos mesures dans la fiche de l'élève.
- Fixer la poutre en position à l'aide des plaques de serrage.
- Suspendez un cintre vide sous la poutre, à mi-chemin entre les blocs de soutien, c'est-à-dire à 200 mm de chacun d'eux.
- Mettre le comparateur à zéro.
- Ajouter une masse de 100g au cintre de masse.
- En respectant les précautions énumérées précédemment, utilisez le comparateur pour mesurer la déviation de la poutre.
- Convertissez ce chiffre en mètres, pour des calculs ultérieurs, et inscrivez-le dans le tableau de la fiche de l'élève ou utilisez la liaison de données USB pour l'enregistrer dans une feuille de calcul Excel.
- Répétez ce processus, en augmentant la charge sur la poutre par étapes de 100g jusqu'à 500g.
- Tracez un graphique de la déviation en fonction de la charge et mesurez sa pente, en suivant les instructions du document de l'élève.
- Le diagramme de corps libre de cet arrangement est illustré ci-contre :



Effet de la charge

Et alors ?

- Cette disposition simule une poutre simplement soutenue.
- La déflexion théorique δ est donnée par l'équation :

$$\delta = \frac{F \cdot L^3}{48 E \cdot I}$$

où **F** est le poids de la charge sur la poutre,
L est la longueur de la poutre,
E est le module d'Young du matériau de la poutre,
I est le moment d'inertie de la poutre.

- Pour une barre de section rectangulaire :

$$I = \frac{W \times D^3}{12}$$

Puisque **L**, **W**, **D** et **E** sont constants pour cette poutre,

$$\delta = \text{constante} \times F \quad \text{où cette constante} = \frac{L^3}{48 \times E \times I}$$

Par conséquent, le graphique de la déviation δ en fonction de la charge **F** doit être linéaire.

- Utilisez vos résultats, avec la déflexion mesurée en millimètres, pour tracer ce graphique.
- Calculez la pente **m** de cette droite en $\text{m} \cdot \text{N}^{-1}$ (à utiliser dans les feuilles de travail suivantes).

Effet du matériel

Lors de la conception de structures, il est particulièrement important de connaître les propriétés des matériaux utilisés.

Il peut s'agir de leurs propriétés thermiques, comme le point de fusion et la conductivité, de leurs propriétés mécaniques, comme la dureté, la densité et la ductilité, ou de leurs propriétés chimiques, comme l'inflammabilité et la réactivité.

Cette étude examine l'effet de certaines propriétés mécaniques sur la déflexion produite par une charge donnée, pour des échantillons de différents métaux de dimensions similaires, puis utilise les résultats pour estimer l'une de ces propriétés, le module d'Young.



À vous de jouer :

- Répétez la procédure décrite dans la feuille de travail 1 pour :
 1. la poutre en laiton ;
 2. la poutre en acier.
- Enregistrez tous les résultats dans les tableaux du document de l'élève ou dans une feuille de calcul Excel, en utilisant la liaison de données USB pour les enregistrer.
- Utilisez les résultats pour tracer des graphiques linéaires de la déviation δ en fonction de la charge F pour la poutre en laiton et la poutre en acier.
- Mesurez leurs gradients et notez les valeurs dans le document de l'élève.

Effet du matériel

Et alors ?

Détermination du module

d'Young Option 1 :

Pour une poutre chargée en son centre, reposant sur deux appuis goupillés (dont l'un est effectivement un

), l'équation de la poutre est la suivante :

$$\text{déflexion } \delta = \text{constante} \times F \quad \text{où cette constante} = \frac{L^3}{48 \times E \times I}$$

En d'autres termes, le graphique de la déviation δ en fonction de la charge F est linéaire avec un gradient $m =$

$$\frac{L^3}{48 \times E \times I}$$

Par conséquent, le module d'

$$\frac{\text{Young } E}{48 \times m \times I} = L^3$$

- Utilisez les gradients des trois graphiques - aluminium (de la feuille de travail 1), laiton et acier, pour calculer les valeurs du module d'Young pour les trois métaux.
- Notez vos réponses dans la fiche de l'élève.

Option 2 :

Pour une poutre chargée en son centre :
en m.

flèche $d = F \times L^3$ où d est la flèche

$$\frac{L^3}{48 \times E \times I}$$

- Dans le document de l'élève, réarrangez cette formule pour montrer qu'un graphique de F vs $(48 \times d \times I) / L^3$ est linéaire avec un gradient égal au module de Young.

Pour chaque métal :

- utiliser les mesures effectuées dans les fiches de travail 1 et 2, pour l'aluminium, le laiton et l'acier, pour compléter le tableau des résultats dans la fiche de l'élève.
- Tracer un graphique de F en fonction de $(48 \times d \times I) / L^3$ pour chaque métal.
- En mesurant la pente de chaque graphique, obtenez les valeurs du module d'Young pour les trois métaux.
- Notez vos réponses dans la fiche de l'élève.

Fiche de travail 2

Effet du matériel

Et enfin :

Les poutres en laiton et en acier ont des dimensions **L**, **D** et **L** similaires à celles de la poutre en aluminium utilisée dans la fiche de travail 1.

Ils ont donc tous des valeurs similaires pour **I**, le moment d'inertie de la zone.

La formule de la page 7 montre que la déviation δ pour une force **F** donnée est proportionnelle à $1 / E$,
où **E** est le module d'Young du matériau.

En d'autres termes, **pour une charge donnée**,

$$\delta (\text{laiton}) / \delta (\text{aluminium}) = E (\text{aluminium}) / E (\text{laiton})$$

et

$$\delta (\text{acier}) / \delta (\text{aluminium}) = E (\text{aluminium}) / E (\text{acier})$$

et

$$\delta (\text{acier}) / \delta (\text{laiton}) = E (\text{laiton}) / E (\text{acier})$$

- A l'aide de vos mesures, calculez les rapports suivants, **pour une charge de 5N :**
 - déviation du laiton / déviation de l'aluminium,
 - déformation de l'acier / déformation de l'aluminium,
 - déviation de l'acier / déviation du

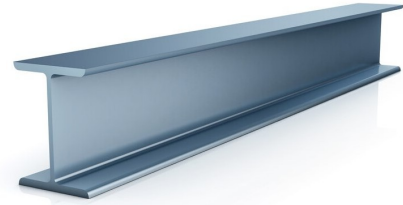
laiton. et inscrivez les réponses dans la fiche de l'élève.

- Comparez ces rapports avec les rapports des modules d'Young des métaux indiqués dans la fiche de l'élève.

Fiche de travail 3

Effet des dimensions

Lors de la conception d'une structure, l'une des considérations à prendre en compte est le matériau à utiliser pour sa construction. Le module d'Young indique la rigidité à la traction et à la compression du matériau, ce qui permet de comparer la résistance relative des matériaux.



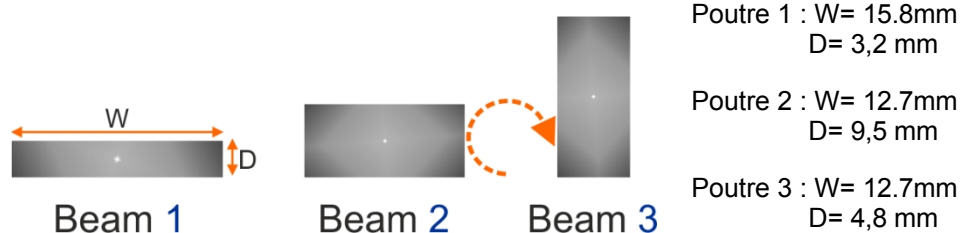
Dans cette expérience, trois poutres du *même* matériau, l'aluminium, et de la *même* longueur, ont été utilisées.

sont soumis à la *même* charge et reposent sur les *mêmes* supports.

La seule différence réside dans les dimensions des poutres. Il en résulte des valeurs différentes pour leurs moments d'inertie.

Les différences dans les déflexions produites doivent résulter de la modification de ce facteur.

Le schéma montre les trois poutres en aluminium du kit.



À vous de jouer :

- Utilisez un pied à coulisse pour mesurer les dimensions W et D des poutres et inscrivez-les dans les tableaux du document de l'élève ou dans une feuille de calcul Excel.
- Calculez et notez le moment d'inertie pour chaque poutre, en utilisant la formule :

$$I = W \cdot D^3 / 12$$

- Positionner chacun d'eux à tour de rôle au centre des supports.
- Suspendez une masse de 200 g au centre de la poutre.
- Mesurer et enregistrer la déflexion produite en respectant les précautions d'usage.
- Tracez un graphique de la déviation en fonction de $1/I$ et répondez à la question posée dans le document de l'élève.

Et alors ?

- La profondeur de la poutre a un effet plus important sur la valeur de la déflexion que sa largeur en raison du terme D^3 , ce qui donne à la poutre **2** et à la poutre **3** des valeurs I très différentes, même si elles ont la même largeur.

Fiche de travail 4

Effet des soutiens

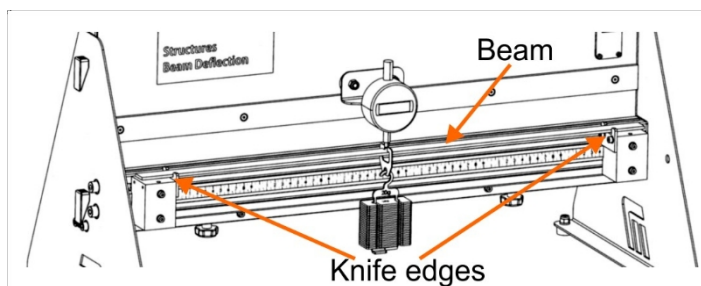
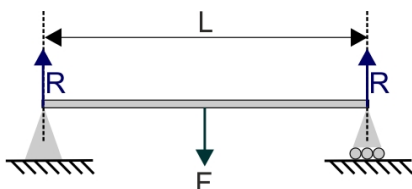
La façon dont la poutre est soutenue affecte son degré de flexion (et l'équation de la déviation de la poutre !).

Jusqu'à présent, les études n'ont utilisé que des supports simples, qui ne fournissent que des forces de réaction verticales.

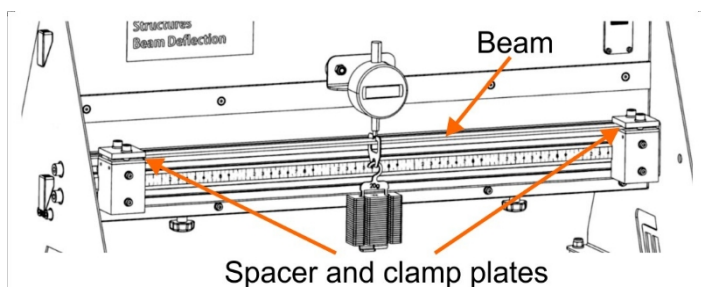
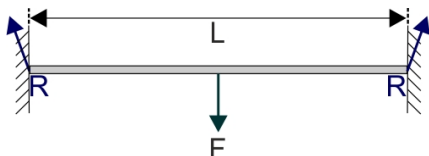
Cette étude se concentre sur deux autres types de supports, les supports fixes et les supports en porte-à-faux étagés.



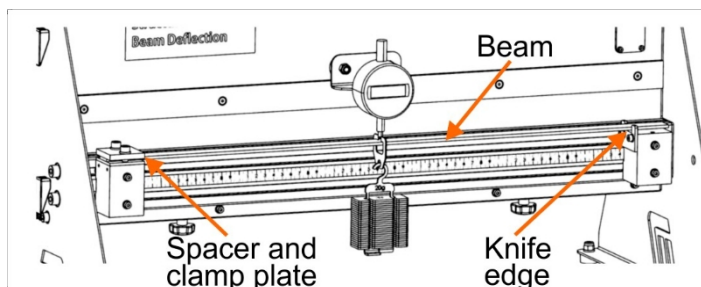
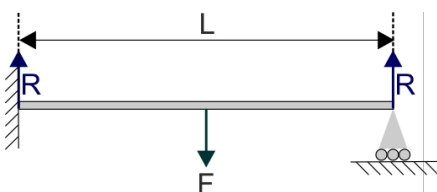
Des supports simples :



Supports fixes :



Supports en porte-à-faux étagés :



La poutre en porte-à-faux étagée est une poutre horizontale avec un support fixe à une extrémité et un support roulant à l'autre.

Fiche de travail 4

Effet des soutiens

À vous de jouer :

Défi :

- En utilisant la poutre en aluminium 1, étudiez l'effet des trois types de support sur la déviation produite lorsque la poutre est soumise à une charge et utilisez les résultats pour obtenir la valeur de **K**, la constante dans la formule générale de la déviation d'une poutre chargée en son centre, pour chaque type de support.
- Envisager :
 - les paramètres à maintenir constants tout au long de l'enquête et ceux à faire varier ;
 - les paramètres à mesurer et leur étendue ;
 - le nombre de mesures nécessaires pour parvenir à une conclusion définitive ;
 - comment présenter vos résultats pour justifier une conclusion.
- Enregistrez vos résultats à l'aide des tableaux figurant dans le document de l'élève ou d'une feuille de calcul Excel.
- Dans le document de l'élève :
 - dresser la liste des résultats de vos réflexions ;
 - présenter les résultats de vos investigations ;
 - donnez la ou les conclusions auxquelles vous êtes parvenu ;
 - montrer comment vos résultats justifient ces conclusions.

Fiche de travail 5

Effet de la longueur

La feuille de travail 3 a étudié l'effet de la largeur et de la profondeur d'une poutre sur la façon dont elle se plie sous l'effet de la charge.

Il est maintenant temps d'examiner l'effet de la longueur. Il est évident que ces facteurs sont liés. Une poutre courte et épaisse pliera moins sous une contrainte donnée qu'une poutre longue et mince.

La photographie montre une situation dans laquelle il est important de savoir à quelle longueur le bras de la grue peut être étendu sans qu'il ne se plie trop lorsqu'il soulève une lourde charge.

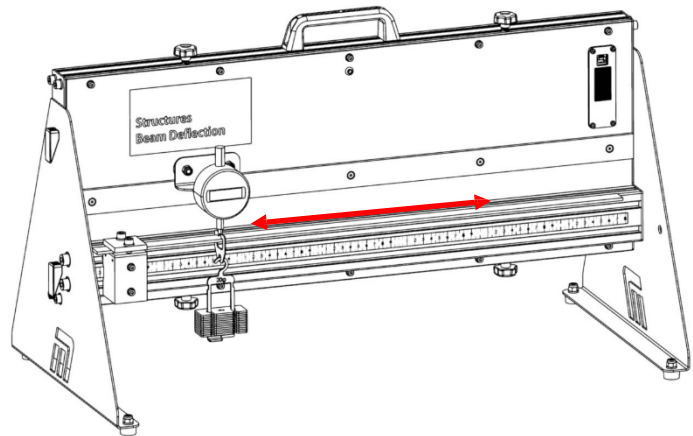


À vous de jouer :

Défi :

Placez la poutre en acier en porte-à-faux en serrant une extrémité et en laissant l'autre sans support.

Déplacer une charge constante le long de la poutre et étudier le lien entre la distance entre l'extrémité fixe et la charge et la déflexion produite.



- Envisager :
 - les paramètres qui restent constants et ceux qui varient ;
 - les paramètres à mesurer et leur étendue ;
 - le nombre de mesures nécessaires pour parvenir à une conclusion définitive ;
 - comment présenter vos résultats pour justifier une conclusion.
- À l'aide des tableaux figurant dans le document de l'élève ou d'une feuille de calcul Excel, enregistrez vos résultats.
- Dans le document de l'élève :
 - dresser la liste des résultats de vos réflexions ;
 - présenter les résultats de vos investigations ;
 - donnez la ou les conclusions auxquelles vous êtes parvenu ;
 - montrer comment vos résultats justifient ces conclusions.

Document de l'élève

Feuille de travail 1 - Effet de la charge

Poutre en aluminium 1 :

Longueur **L** de la poutre =mm =m

Largeur **W** de la poutre =mm =m

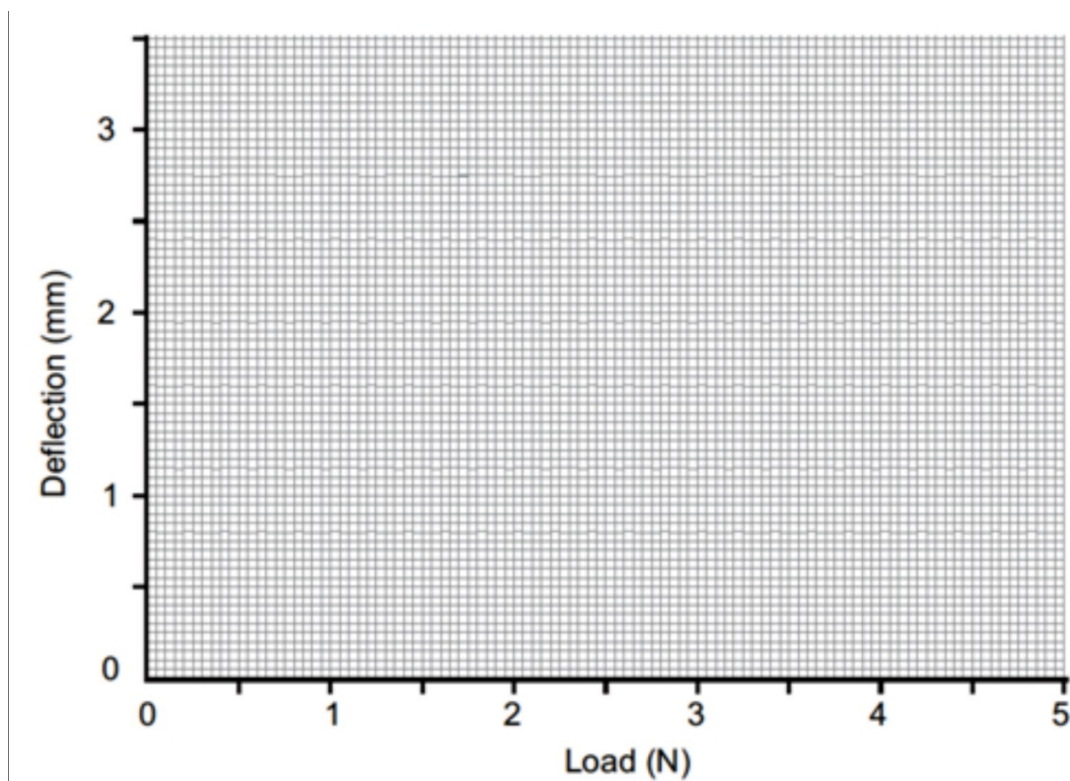
Profondeur **D** de la poutre =mm =m

Masse en suspension en g	Charge F en N	Déviaton de poutre δ en mm
0	0	0
100	1	
200	2	
300	3	
400	4	
500	5	

Graphique de la déflexion en fonction de la charge :

Représentez vos mesures par de petites croix.

Elles doivent suggérer une relation linéaire.



Gradation **m** du graphique =mm.N⁻¹ =m.N⁻¹

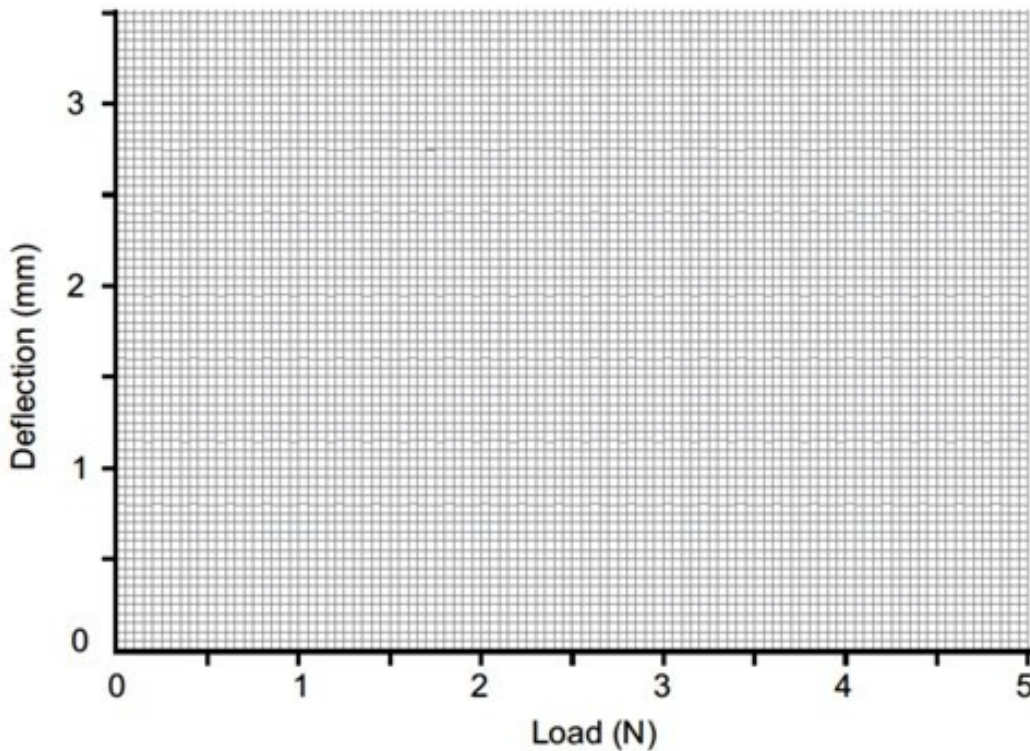
Feuille de travail 2 - Effet des matériaux

Poutre en laiton : Longueur **L** de la poutre =mm =m
 Largeur **W** de la poutre =mm =m
 Profondeur **D** de la poutre =mm =m

Masse en suspension en g	Charge F en N	Déviaton de poutre δ en mm
0	0	0
100	1	
200	2	
300	3	
400	4	
500	5	

Graphique de la déflexion en fonction de la charge :

Représentez vos mesures par de petites croix. Elles doivent suggérer une relation linéaire.



Gradient **m** du graphique =mm.N⁻¹ =m.N⁻¹

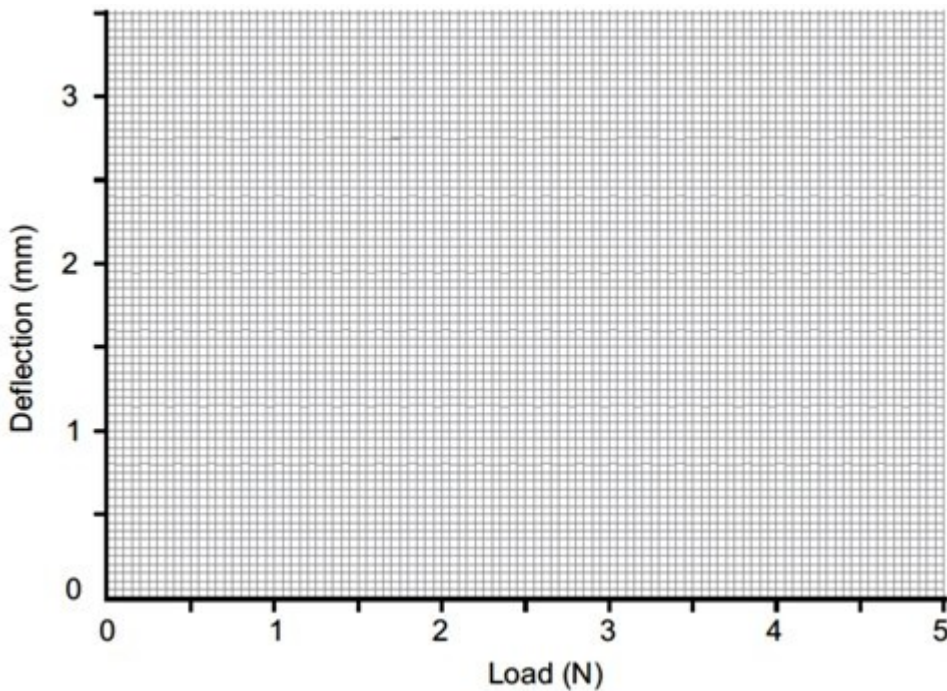
Feuille de travail 2 - Effet des matériaux

Poutre en acier : Longueur **L** de la poutre =mm =m
 Largeur **W** de la poutre =mm =m
 Profondeur **D** de la poutre =mm =m

Masse en suspension en g	Charge F en N	Déviati on de poutre δ en mm
0	0	0
100	1	
200	2	
300	3	
400	4	
500	5	

Graphique de la déflexion en fonction de la charge :

Représentez vos mesures par de petites croix. Elles doivent suggérer une relation linéaire.



Gradient **m** du graphiquemm.N⁻¹ =m.N⁻¹

Feuille de travail 2 - Effet des matériaux

Option 1 :

Laiton -

Moment d'inertie de la section transversale $I = \frac{L \times D^3}{12} = \dots\dots\dots$

Module d'Young pour le laiton $E = \frac{L^3}{48 \times m \times I} = \dots\dots\dots$

Acier -

Moment d'inertie de la section transversale $I = \frac{L \times D^3}{12} = \dots\dots\dots$

Module d'Young de l'acier $E = \frac{L^3}{48 \times m \times I} = \dots\dots\dots$

Aluminium -

Moment d'inertie de la section transversale $I = \frac{L \times D^3}{12} = \dots\dots\dots$

Module d'Young de l'aluminium $E = \frac{L^3}{48 \times m \times I} = \dots\dots\dots$

Option 2 :

Pour une poutre chargée en son centre : flèche $d = \frac{F \times L^3}{48 \times E \times I}$ où d est la flèche en m.

Réorganisez ceci pour montrer qu'un graphique de F en fonction de $(48 \times d \times I) / L^3$ est linéaire avec un gradient égal au module de Young.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Feuille de travail 2 - Effet des matériaux

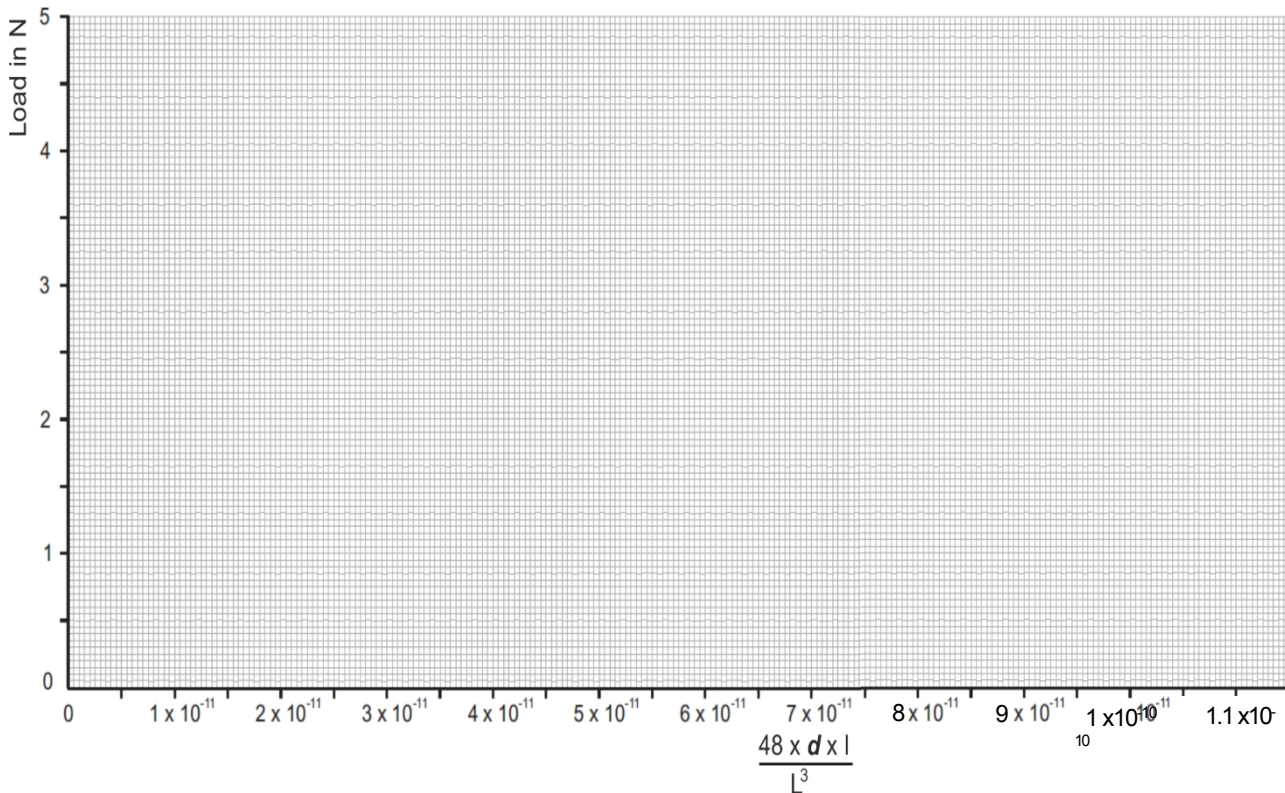
Option 2 :

Métal

Masse en suspension en g	Charge F en N	Déviati on de poutre δ en mm	Déformati on de la poutre d en m	$48 \times d \times I$ L^3
0	0	0	0	
100	1			
200	2			
300	3			
400	4			
500	5			

Graphique de $(48 \times d \times I) / L^3$ en fonction de la charge :

Faites apparaître vos mesures sous forme de petites croix.



Ils devraient suggérer une relation linéaire.

Feuille de travail 2 - Effet des matériaux

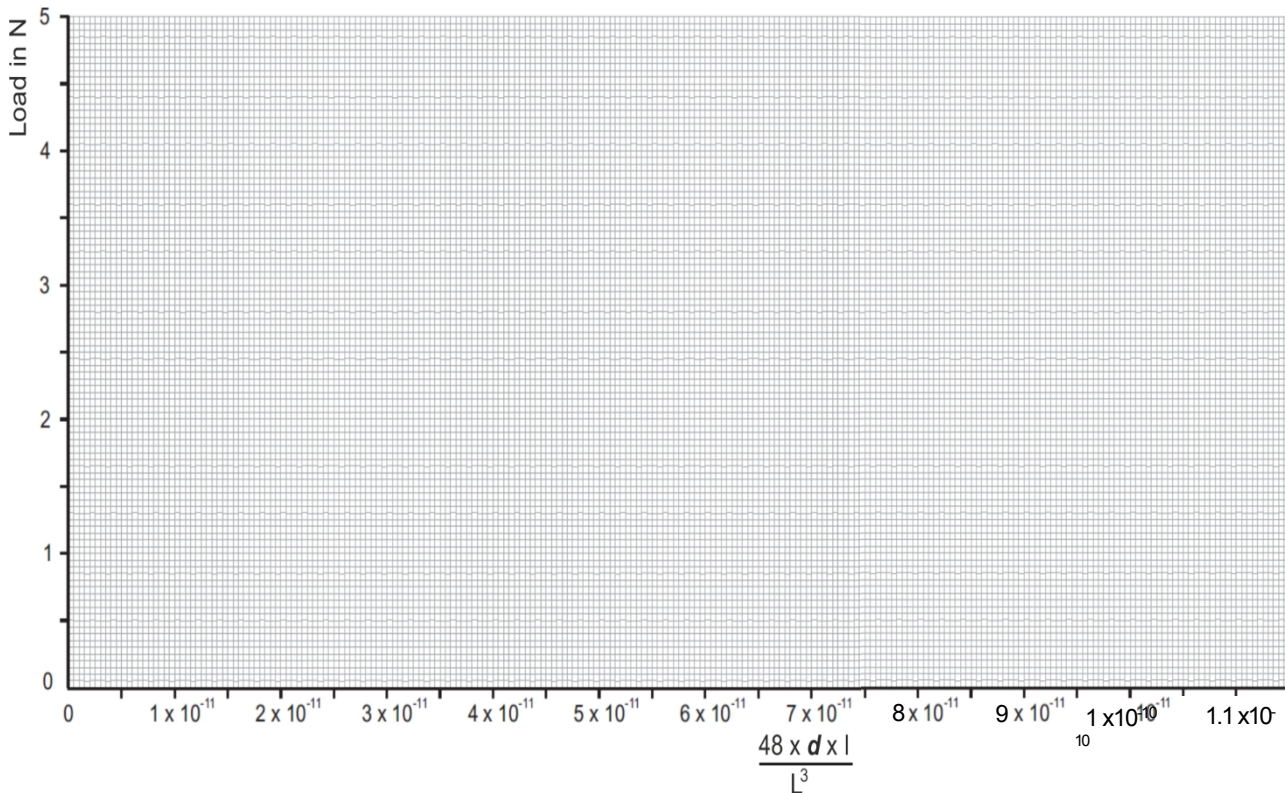
Option 2 :

Métal

Masse en suspension en g	Charge F en N	Déviati on de poutre δ en mm	Déformati on de la poutre d en m	$48 \times d \times I$ <small>L³</small>
0	0	0	0	
100	1			
200	2			
300	3			
400	4			
500	5			

Graphique de $(48 \times d \times I) / L^3$ en fonction de la charge :

Faites apparaître vos mesures sous forme de petites croix.



Ils devraient suggérer une relation linéaire.

Feuille de travail 2 - Effet des matériaux

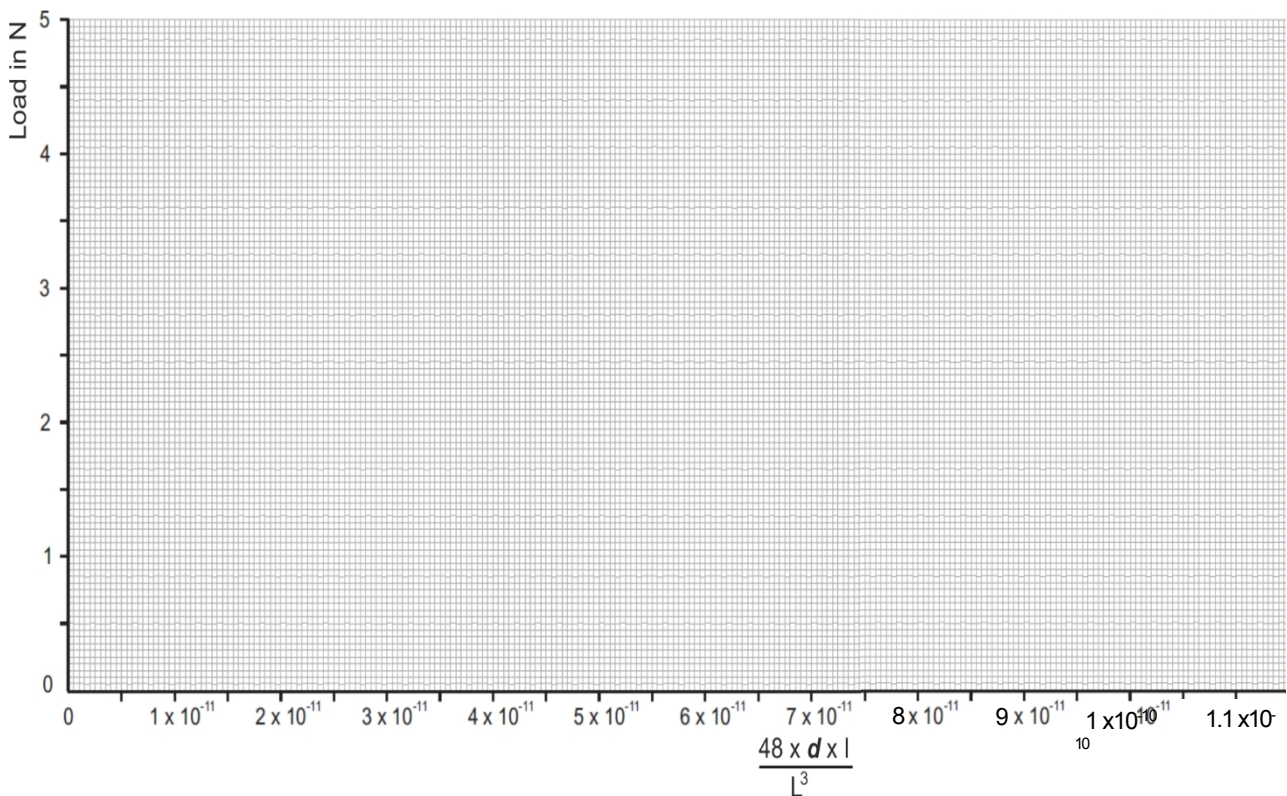
Option 2 :

Métal

Masse en suspension en g	Charge F en N	Déviati on de poutre δ en mm	Déformati on de la poutre d en m	$48 \times d \times I$ L^3
0	0	0	0	
100	1			
200	2			
300	3			
400	4			
500	5			

Graphique de $(48 \times d \times I) / L^3$ en fonction de la charge :

Faites apparaître vos mesures sous forme de petites croix.



Ils devraient suggérer une relation linéaire.

Feuille de travail 2 - Effet des matériaux

Et enfin :

Données :

Pour une charge de 5N :

Déformation de l'aluminium = (tiré des résultats de la feuille de travail 1)

déviaton du laiton = (tiré des résultats de la feuille de travail 2)

déflexion de l'acier = (tiré des résultats de la feuille de travail 2)

Calculs :

L'utilisation de ces derniers :

$$\frac{\text{déflexion du laiton}}{\text{déflexion de l'aluminium}} = \dots\dots\dots$$

déflexion de l'aluminium

$$\frac{\text{Déformation de l'acier}}{\text{déflexion de l'aluminium}} = \dots\dots\dots$$

déflexion de l'aluminium

$$\frac{\text{Déformation de l'acier}}{\text{déviation du laiton}} = \dots\dots\dots$$

déviation du laiton

En utilisant ces valeurs :

$$\frac{E(\text{aluminium})}{E(\text{laiton})} = \dots\dots\dots \quad \frac{E(\text{aluminium})}{E(\text{acier})} = \dots\dots\dots \quad \frac{E(\text{laiton})}{E(\text{acier})} = \dots\dots\dots$$

Le tableau ci-contre présente les valeurs typiques du module d'Young, **E**, pour les trois métaux.

Comparez-les avec les rapports de déflexion calculés ci-dessus et commentez la comparaison :

Métal	Modu- lus de Young E en GPa
Aluminium	69
Laiton	105
Acier	200

.....

.....

.....

Laquelle des mesures que vous avez effectuées est susceptible d'entraîner l'erreur la plus importante dans le calcul du module d'Young ? Justifiez votre choix.

.....

.....

.....

.....

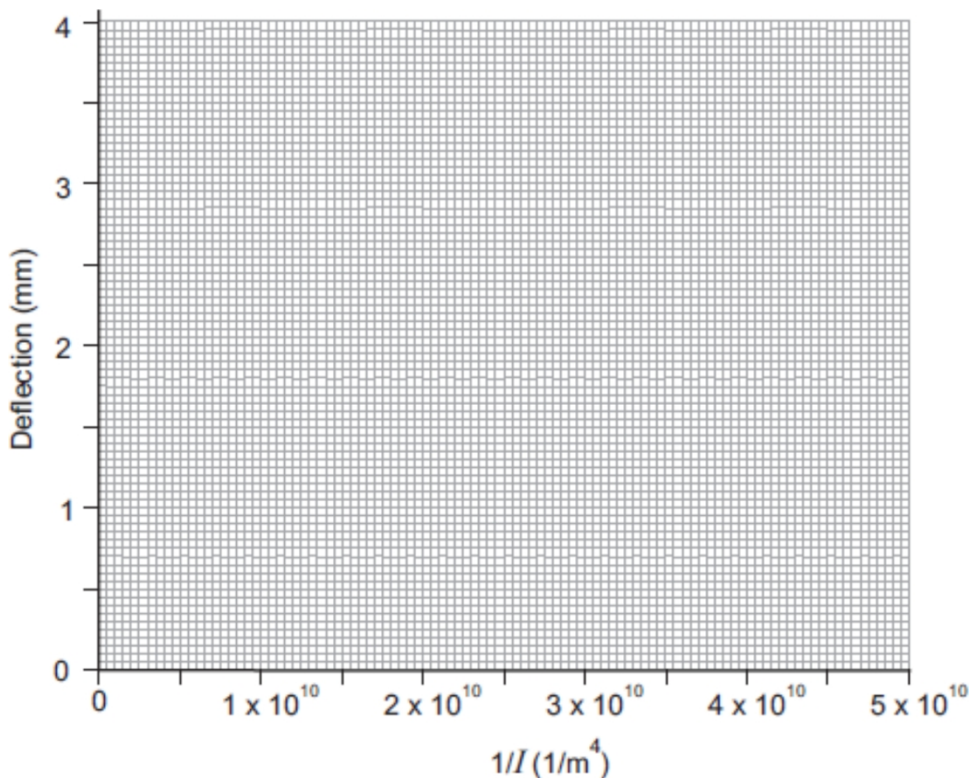
.....

Feuille de travail 3 - Effet des dimensions

Échantillon	Largeur W en m	Profondeur D en m	Moment d'inertie de la zone en m ⁴	Déflexion δ en mm
1				
2				
3				

Pour une charge de 2N :

Graphique de la déflexion δ en fonction de $1/I$:



La théorie prévoit que la relation entre la déflexion et le moment d'inertie de la surface doit être linéaire et passer par l'origine.

Suggérez les raisons pour lesquelles cela pourrait ne pas être le cas pour les valeurs mesurées :

.....

.....

.....

.....

.....

Document de l'élève

Fiche de travail 4 - Effet des supports

Utilisez l'espace suivant pour dessiner les tableaux de vos résultats si vous le souhaitez.

Document de l'élève

Fiche de travail 5 - Effet de la longueur

Utilisez l'espace suivant pour dessiner les tableaux de vos résultats si vous le souhaitez.

