



MATRIX | STRUCTURES

Pin Jointed Frameworks



MATRIX

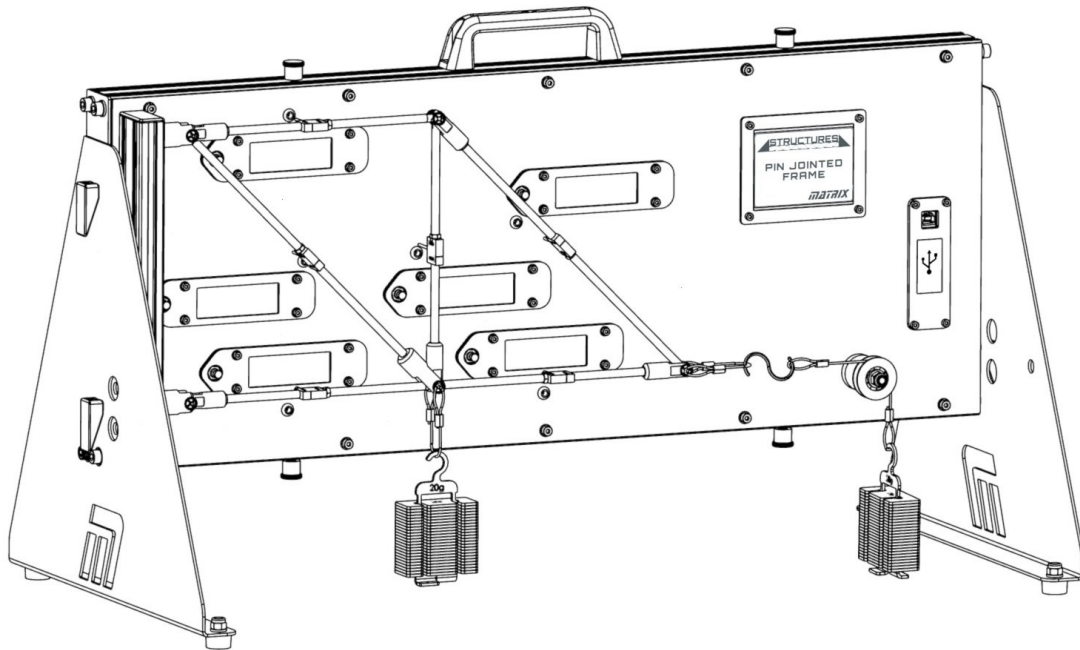
CP8026

www.matrixtsl.com

Copyright © 2021 Matrix Technology Solutions Limited

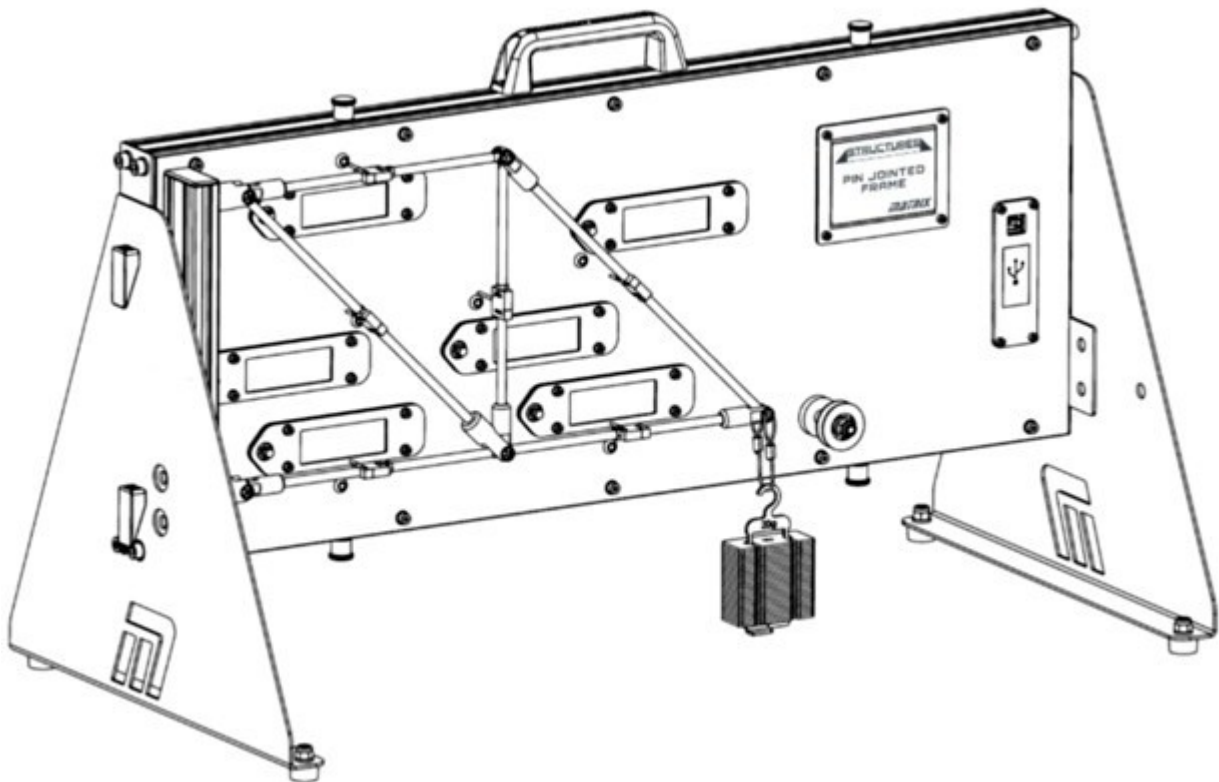
Bastidor articulado

Introducción	7
Hoja de trabajo - Comprobar la carga	6
Investigación A - Carga aplicada a la junta P	7
Cálculo de las fuerzas - método de las articulaciones	8
Cálculo de las fuerzas - método de las secciones	11
Investigación B - Carga aplicada a la junta R	13
Investigación C - Cargas múltiples	14
Resumen	15
Folleto para el alumno	16



Estas investigaciones examinan la distribución de la carga dentro de un marco estructural, formado por seis miembros unidos por juntas de pasador.

Una articulación de pasador puede resistir fuerzas verticales y horizontales, pero no un momento. Sólo tiene un grado de libertad, lo que permite la rotación sobre un único eje, pero no el movimiento de traslación.



La estructura está fijada en el extremo izquierdo a una viga de aluminio que simula un muro de reacción. Cada elemento de acero inoxidable tiene en su punto medio una célula de carga conectada a una pantalla LCD. Estas pantallas miden la fuerza de tensión / compresión dentro de cada miembro. Una lectura negativa en la célula de carga indica una fuerza de tracción en el elemento.

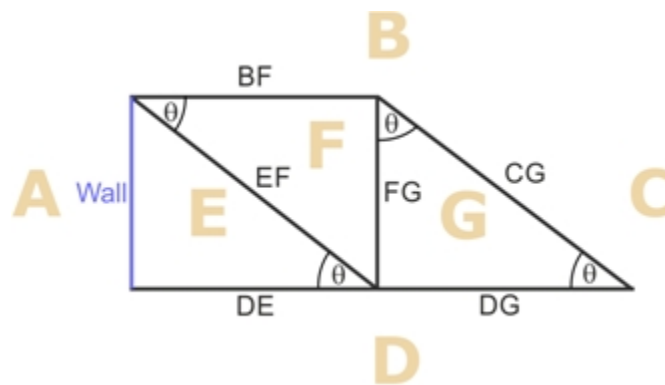
En este módulo, se utiliza para que el alumno compruebe las fuerzas calculadas a partir de la teoría con los valores medidos.

El aparato está diseñado para funcionar con una alimentación de 5v. Esto significa que un cable USB conectado a un ordenador o a un enchufe será suficiente. El software de adquisición de datos sólo funciona a través del ordenador, por lo que la configuración recomendada es tener el USB enchufado al ordenador que está ejecutando el software. Sin embargo, si desea realizar el experimento sin el software, tendrá que conseguir un enchufe USB para el estilo de enchufe local correcto.

La notación de Bow, una convención de etiquetado, se utiliza para etiquetar los diagramas de cuerpo libre.

Los espacios alrededor de los miembros están etiquetados de **A** a **G**. Los miembros, y las fuerzas dentro de ellos, tienen etiquetas que indican los espacios que separan.

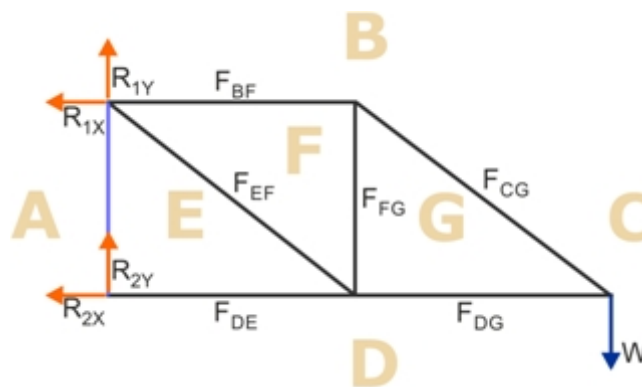
El primer diagrama muestra el etiquetado de los seis miembros, utilizando esta convención.



El segundo diagrama identifica las fuerzas que actúan dentro de esos

miembros. Además, muestra las fuerzas externas:

- carga añadida **W**;
- fuerzas de reacción **R₁** y **R₂** generadas en la pared de reacción. Estas se muestran resueltas en componentes horizontales y verticales, por ejemplo, **R_{1X}** y **R_{1Y}**.



Hoja de trabajo

¡Comprueba la carga!

El ingeniero que diseña una estructura de armazón debe analizar la carga de cada uno de sus miembros en toda la gama de cargas previstas.



Algunos miembros estarán en compresión mientras que otros estarán en tensión. Algunos son miembros de fuerza cero, sin fuerzas internas en absoluto, utilizados para aumentar la estabilidad y rigidez de la estructura.

Los distintos materiales tienen propiedades diferentes. Algunos funcionan mejor a compresión, mientras que otros lo hacen mejor a tracción. Este análisis ayuda a seleccionar los materiales adecuados y a determinar las dimensiones apropiadas.

Los experimentos de este módulo permiten comparar los valores calculados de los esfuerzos en las vigas y los pilares con los valores medidos. El objetivo es validar las técnicas utilizadas en los cálculos.

Cálculo de fuerzas

1. Método de conexión

Cálculo de las fuerzas

Existen dos enfoques para hallar los valores teóricos de los esfuerzos en los elementos:

- el método de las secciones;
- el método de las articulaciones.

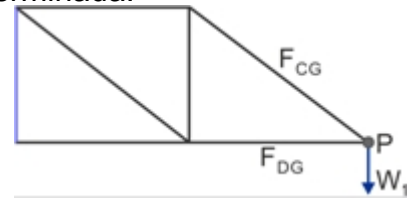
Ambos se basan en la misma física básica: en un cuerpo que está en equilibrio:

1. la fuerza horizontal total es cero;
2. la fuerza vertical total es cero;
3. la suma de los momentos de fuerzas alrededor de cualquier punto es cero.

Método de juntas:

Examina las fuerzas que actúan sobre una articulación determinada.

Por ejemplo, en primer lugar, concéntrese en las fuerzas que actúan sobre la articulación etiquetada como **P**.

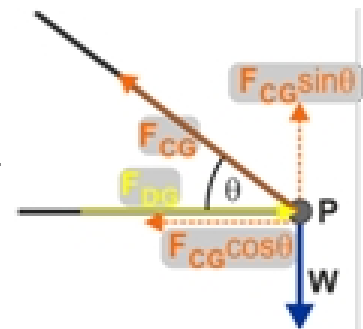


El segundo diagrama hace suponer que:

- La fuerza F_{CG} es una fuerza de tracción;
- La fuerza F_{DG} comprime la junta **P**.

Estas suposiciones no son significativas, ya que las matemáticas identifican las direcciones verdaderas añadiendo un signo "+" o "-".

El diagrama también muestra la fuerza F_{CG} resuelta en componentes horizontal y vertical.



El análisis

1. Suma de fuerzas verticales = 0:

$$F_{CG} \sin \theta - W = 0$$

$$F_{CG} = W / \sin \theta$$

2. Suma de fuerzas horizontales = 0:

$$F_{DG} - F_{CG} \cos \theta = 0$$

por lo que $F_{DG} = F_{CG} \cos \theta$

3. La suma de los momentos de fuerzas es cero:

No se obtendrá ninguna ecuación útil tomando momentos alrededor del punto **P** ya que tanto F_{CG} y F_{DG} , pasan por ese punto y por tanto no ejercen ningún momento sobre él.

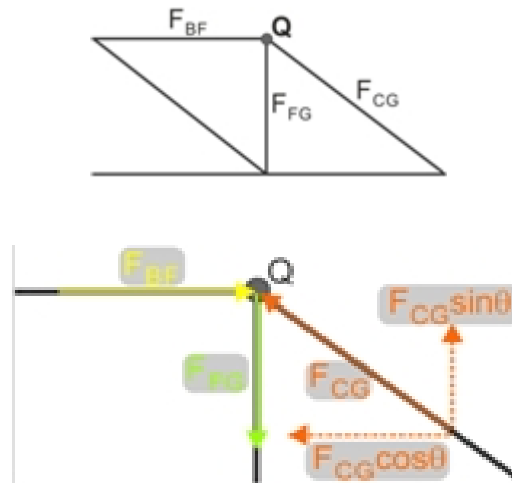
Conociendo la carga **W** y el ángulo θ , se pueden determinar las dos fuerzas F_{CG} y F_{DG} .

Cálculo de fuerzas

1. Método de conexión

Junta Q:

A continuación, observa las fuerzas que actúan sobre la articulación **Q**.



La fuerza F_{CG} se resuelve de nuevo en componentes horizontales y verticales.

El análisis

1. **Suma de fuerzas verticales = 0:**

$$F_{CG} \sin \theta - F_{FG} = 0$$
$$F_{FG} = F_{CG} \sin \theta$$

2. **Suma de fuerzas horizontales = 0:**

$$F_{BF} - F_{CG} \cos \theta = 0$$
$$F_{BF} = F_{CG} \cos \theta$$

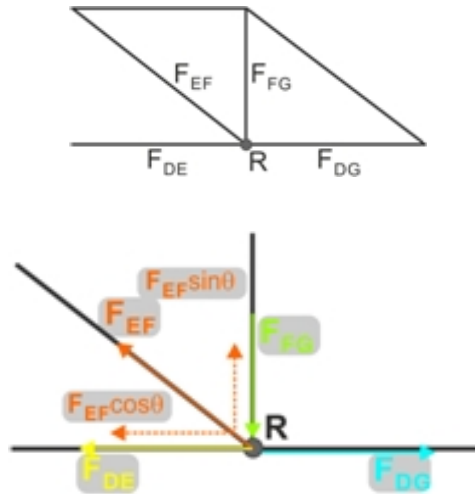
3. **La suma de los momentos de fuerzas es cero:**

Una vez más, como las tres fuerzas pasan por el punto **Q**, no se obtiene ninguna ecuación útil tomando momentos alrededor del punto **Q**.

Conociendo la fuerza F_{CG} y el ángulo θ , se pueden hallar las dos fuerzas F_{FG} y F_{BF} .

1. Método de conexión

Joint R:



Esta vez, la fuerza F_{EF} se resuelve en componentes horizontal y vertical.

El análisis

1. Suma de fuerzas verticales = 0:

$$F_{EF} \sin \theta - F_{FG} = 0$$
$$F_{EF} = F_{FG} / \sin \theta$$

2. Suma de fuerzas horizontales = 0:

$$F_{DG} - F_{EF} \cos \theta - F_{DE} = 0$$
$$F_{DE} = F_{DG} - F_{EF} \cos \theta$$

3. La suma de los momentos de fuerzas es cero:

De nuevo, todas las fuerzas pasan por el punto **R**, por lo que no se obtiene ninguna ecuación útil tomando momentos alrededor del punto **R**.

Conociendo las fuerzas F_{FG} y F_{DG} y el ángulo θ , se pueden hallar las dos fuerzas F_{EF} y F_{DE} .

Resumen

Analizando las situaciones en las articulaciones, **P**, **Q** y **R**, se han calculado las seis fuerzas. Obsérvese que en cada articulación el análisis sólo arroja dos ecuaciones, ya que tomar momentos no tenía sentido. Como resultado, el análisis de cada articulación funcionó porque sólo había dos fuerzas desconocidas implicadas cada vez.

Este método no es apropiado cuando más de dos fuerzas desconocidas actúan sobre la articulación.

2. Método de las secciones

Método de secciones:

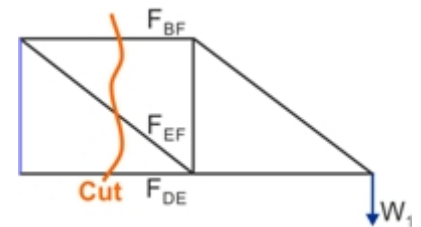
Este enfoque examina las fuerzas que actúan sobre una sección concreta de la estructura. Un corte en la estructura crea esa sección. Como toda la estructura, la sección está en equilibrio y así en esa sección:

- la suma de las fuerzas verticales es cero;
- la suma de las fuerzas horizontales es cero
- y la suma de los momentos de las fuerzas alrededor de cualquier punto es cero.

Esta vez, cada uno de estos aspectos generará una ecuación útil, lo que significa que podemos hacer frente a **tres** fuerzas desconocidas dentro de la sección que elijamos. Un corte teórico sólo puede atravesar 3 miembros desconocidos.

Por ejemplo, fíjese en la sección creada cortando las barras **BF**, **EF** y **DE**, como se muestra al lado.

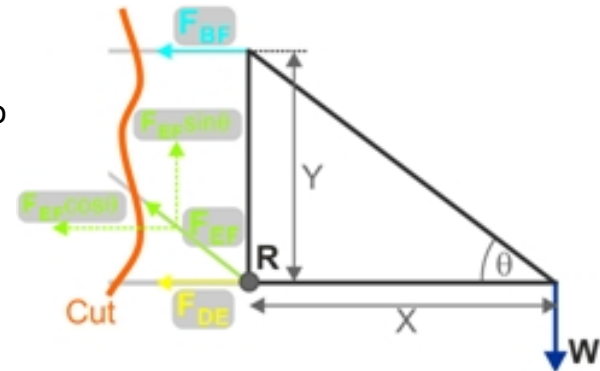
Esto nos permitirá determinar las fuerzas F_{BF} , F_{EF} y F_{DE} .



Paso 1 - dibujar el diagrama de cuerpo libre para el sección:

Todas las fuerzas han sido trazadas en tensión, pero de nuevo las matemáticas resolverán si esto es cierto o no.

La fuerza F_{EF} se muestra resuelta en sus componentes horizontal y vertical.



Paso 2 - Aplicar los criterios de equilibrio:

Observando las fuerzas verticales: $F_{EF} \sin \theta - W = 0$

y así $F_{EF} = W / \sin \theta$

Tomando momentos sobre la articulación **R**: $(F_{BF} \cdot Y) - (W \cdot X) = 0$

y así $F_{BF} = W \cdot X / Y$

Observando las fuerzas horizontales - $F_{DE} - F_{BF} - F_{EF} \cos \theta = 0$

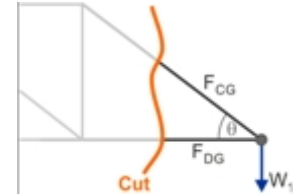
y así $F_{DE} = - F_{BF} - F_{EF} \cos \theta$

Conociendo W , θ y las longitudes X e Y podemos calcular las tres fuerzas.

Cálculo de fuerzas

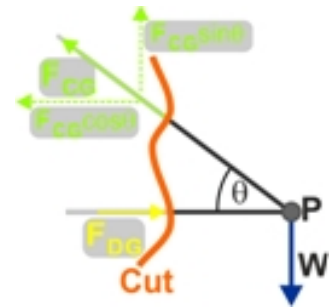
2. Método de las secciones

A continuación, observe la sección creada al cortar los miembros **CG** y **DG**. Esto nos permite determinar las fuerzas F_{CG} y F_{DG} .



Paso 1 - Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la sección:

La fuerza F_{CG} se muestra resuelta en sus componentes horizontal y vertical.



Paso 2 - Aplicar los criterios de equilibrio:

Observando las fuerzas verticales: $F_{CG} \sin \theta - W = 0$
y así

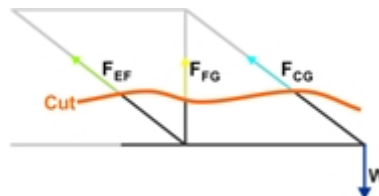
$$F_{CG} = W / \sin \theta$$

Observando las fuerzas horizontales $F_{DG} - F_{CG} \cos \theta = 0$
y así

$$F_{DG} = F_{CG} \cos \theta$$

No hay necesidad de una tercera ecuación ya que sólo hay dos fuerzas desconocidas. Conociendo W y θ , se pueden determinar estas fuerzas.

Esto deja una sola fuerza desconocida, F_{FG} . Esta se puede obtener utilizando el método de las articulaciones, mirando a la articulación **Q** o **R**, o aplicando otro corte como se muestra a continuación:



Aunque esto muestra que hay tres fuerzas implicadas, dos, F_{EF} y F_{CG} , ya se conocen. La restante, F_{FG} , puede determinarse observando las fuerzas verticales.

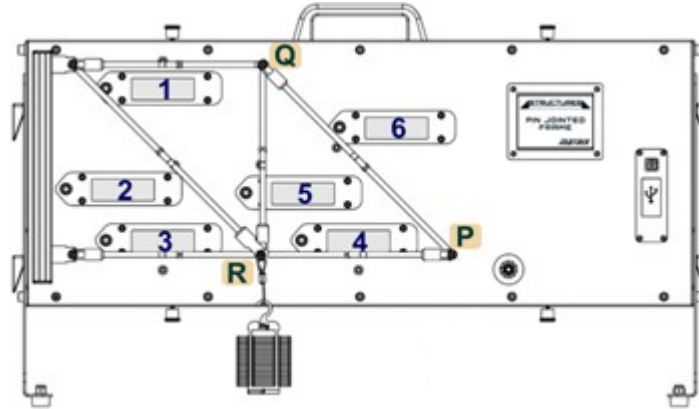
Resumen

El método de las secciones genera un máximo de **tres** ecuaciones, por lo que no puede utilizarse para un corte que implique más de **tres** fuerzas desconocidas.

Investigación B

Carga aplicada a la junta R

Investigación B



Te toca a ti:

- Desplace el gancho de masa de la articulación **P** a la articulación **R** del bastidor.
- Con el colgador de masa vacío, (es decir, masa 20g,) tome cada lectura de la célula de carga y conviértala en la fuerza equivalente. Anótalo en la tabla del Student Handout.
- Como antes, aumente la carga en pasos de 40 g hasta que la masa total de la carga sea de 300 g, registrando cada vez las lecturas de la célula de carga como fuerzas.

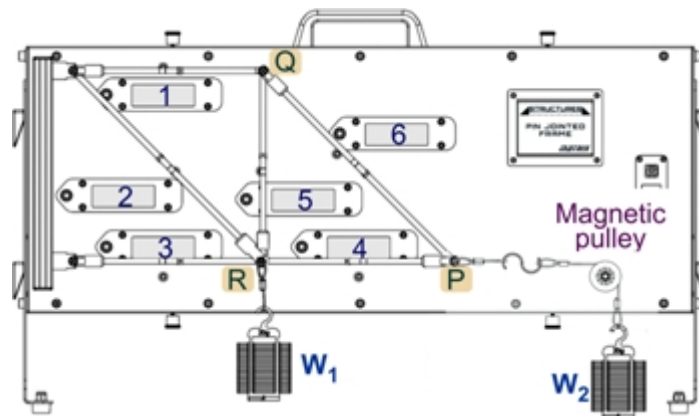
Desafío:

- Utiliza el método de análisis de uniones de las páginas 8 a 10 para obtener las ecuaciones de las fuerzas en las seis barras de la estructura con la carga en la unión **R**.
- Haz tu análisis en el espacio previsto para ello en el Student Handout.
- Por lo tanto, calcule las fuerzas en cada miembro. (Pista: descubrirás que hay algunos miembros de fuerza cero).
- Anota tus resultados en la segunda tabla del Student Handout.

Investigación C

Cargas múltiples

Investigación C



Te toca a ti:

- Con una percha de masa todavía unida a la articulación **R**, añade una segunda a la articulación **P** pero utilizando la polea magnética para aplicar la carga en ángulo, como se muestra arriba.

- La tabla del Student Handout sugiere valores para W_1 y W_2 y el ángulo θ en el que W_2 se aplica.

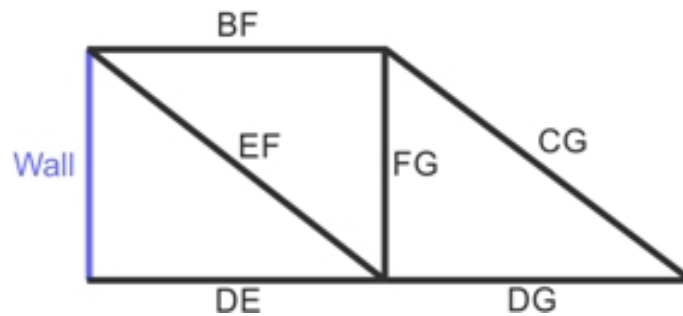
Cargue las perchas de masa con los valores elegidos de pesos y mueva la polea magnética para fijar el ángulo deseado.

- Cada vez, toma la lectura de cada célula de carga y conviértela en la fuerza equivalente. Anótala en la tabla del Student Handout.

Desafío:

- Utilizando uno de los métodos descritos anteriormente, dibuja diagramas de cuerpo libre y utilízalos para obtener ecuaciones para las fuerzas en los seis miembros del marco cuando se carga de esta manera.
- Presenta tus diagramas y análisis en el espacio previsto para ello en el Student Handout.
- Por lo tanto, calcule las fuerzas en cada miembro.
- Anota tus resultados en la segunda tabla del Student Handout.

Y qué:



- Las estructuras trianguladas de este tipo se utilizan a menudo en estructuras como puentes y soportes de tejados. Su análisis y diseño pueden simplificarse enormemente tratando las uniones como uniones de pasador.
- Las posiciones y tamaños de las fuerzas externas, como las cargas y las fuerzas de reacción, determinan el patrón de carga de una estructura. Un análisis como el que se muestra aquí puede optimizar las señales de- e identificar los elementos estructurales de fuerza nula.
- La optimización topológica es la técnica matemática utilizada para refinar el diseño de una estructura dentro de unas condiciones de contorno especificadas. En este tipo de análisis podría utilizarse la estructura articulada con pasadores anterior para reducir el número de elementos de viga en función de las condiciones de carga.
- El patrón de carga puede tener un gran efecto en la fuerza dentro de un elemento estructural. El ángulo de aplicación de la carga puede determinar si un elemento está en tensión o en compresión. Esto puede influir en la elección del material del elemento. Por ejemplo, la madera es un 30% más resistente a la compresión que a la tracción.

Folleto para el alumno

Folleto para el alumno

Investigación A - Carga aplicada a la junta P

Masa de la carga en g	Peso W de la carga en N	Fuerza medida, en N, en el miembro:					
		FBF	FEF	FDE	FDG	FFG	FCG
		Célula de carga 1 en N	Célula de carga 2 en N	Célula de carga 3 en N	Célula de carga 4 en N	Célula de carga 5 en N	Célula de carga 6 en N
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0.20						
60	0.59						
100	0.98						
140	1.37						
180	1.77						
220	2.16						
260	2.55						
300	2.94						

Ángulo θ entre los largueros del bastidor en la junta P =

Longitud del miembro DG, X =

Longitud del miembro FG, Y =

Masa de la carga en g	Peso W de la carga en N	Fuerza calculada, en N, en el miembro:					
		FBF	FEF	FDE	FDG	FFG	FCG
		Célula de carga 1 en N	Célula de carga 2 en N	Célula de carga 3 en N	Célula de carga 4 en N	Célula de carga 5 en N	Célula de carga 6 en N
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0.20						
60	0.59						
100	0.98						
140	1.37						
180	1.77						
220	2.16						
260	2.55						
300	2.94						

Folleto para el alumno

Investigación B - Carga aplicada a la junta R

Masa de la carga en g	Peso W de la carga en N	Fuerza calculada, en N, en el miembro:					
		FBF	FEF	FDE	FDG	FFG	FCG
0	0	0	0	0	0	0	0
20	0.20						
60	0.59						
100	0.98						
140	1.37						
180	1.77						
220	2.16						
260	2.55						
300	2.94						

Investigación C - Cargas múltiples

Masa de la carga 1 en g	Peso W1 de la carga 1 en N	Masa de la carga 2 en g	Peso W2 de la carga 2 en N	Carga 2 ángulo θ'	Fuerza medida, en N, en el miembro:					
					FBF	FEF	FDE	FDG	FFG	FCG
					Célula de carga 1 en N	Célula de carga 2 en N	Célula de carga 3 en N	Célula de carga 4 en N	Célula de carga 5 en N	Célula de carga 6 en N
100	0.98	300	2.94	90						
100	0.98	300	2.94	45						
300	2.94	100	0.98	90						
300	2.94	100	0.98	45						

Masa de la carga 1 en g	Peso W1 de la carga 1 en N	Masa de la carga 2 en g	Peso W2 de la carga 2 en N	Carga 2 ángulo θ'	Fuerza calculada, en N, en el miembro:					
					FBF	FEF	FDE	FDG	FFG	FCG
100	0.98	300	2.94	90						
100	0.98	300	2.94	45						
300	2.94	100	0.98	90						
300	2.94	100	0.98	45						

